GÖTEBORGS UNIVERSITET

Problemlösningens roll i några läroböcker för matematik i årskurs 4

Eric Wallander

Självständigt arbete L6XA1A

Examinator: Hoda Ashjari

Rapportnummer: HT18-2930-014-L6XA1A

Sammanfattning

Titel: Problemlösningens roll i några läroböcker för matematik i årskurs 4
English title: The role of problem solving in some mathematics textbooks in grade 4
Författare: Eric Wallander
Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)
Examinator: Hoda Ashjari
Rapportnummer: HT18-2930-014-L6XA1A
Nyckelord: Problemlösning, läroböcker, matematik, lärande, lärarhandledningar, analys, årskurs 4.

Målet med denna studie är att undersöka hur problemlösningsuppgifter är utformade i några läroböcker och tillhörande lärarhandledningar för matematik i årskurs 4. Studien som gjorts ämnar att endast undersöka de uppgifter som benämns som problemlösningsuppgifter. Då problemlösning genomsyrar kursplanen för matematik och forskning visar att läroboken är dominerande i den svenska matematikundervisningen är det relevant att analysera hur problemlösningsuppgifter i läroböcker är uppbyggda samt hur problemlösning skildras i läroböcker samt lärarhandledningar då detta är faktorer som påverkar elevers matematikinlärning. Studien som gjorts har inspirerats av Brändströms teoretiska ramverk vid analysen av problemlösningsuppgifterna där samtliga problemlösningsuppgifter i läroböckerna har analyserats. Resultaten i denna studie visar att uppgifter som benämns som problemlösningsuppgifter i läroböckerna är få till antalet jämfört med övriga uppgifter. Resultaten visar också att ingen av läroböckerna har avsatt ett eget kapitel för problemlösning utan problemlösning används som medel för att lära sig annan matematik, antingen som introduktion till de olika kapitlen eller som avslutning.

Innehåll

1. Inledning

År 2017 genomförde fyra kurskamrater och jag ett skolbesök i en stad i England. Skolan arbetade enligt en problemlösningsmodell som utmanade samtliga elever efter var och ens individuella förmåga. Den problemlösningsbaserade undervisningen skiljde sig från den traditionella svenska matematikundervisningen där merparten av eleverna arbetar med samma lärobok (Grevholm, 2014). Brändström (2005) hävdar att skolorna i England arbetar med tre olika läroböcker. De tre olika läroböckerna skiljer sig åt nivåmässigt. De högst presterande eleverna i matematik arbetar med en lärobok vars uppgifter är utmanande. De normalbegåvade eleverna arbetar med en lärobok vars uppgifter fokuserar på att träna elevers färdigheter och tekniker. De lägst presterande eleverna arbetar med en lärobok vars uppgifter fokuserar på att vara anknutna till verkligheten, bokens layout är enklare och uppgifterna har lägre krav på det språkmässiga.

En personlig upplevelse var att undervisningen i England var mer elevcentrerad, där läroboken sällan användes utan istället användes stenciler med problemlösningsuppgifter som var individuellt utformade efter elevernas kunskapsnivå. Samtliga elever försökte lösa problemen utifrån sin förkunskap och en del elever guidade andra i hur de tänkte när de löste problemen. Detta ledde till att samtliga elever upplevdes vara motiverade till att försöka lösa problemen, men också till att förklara sina tankegångar. Den traditionella svenska matematikundervisning med läroboken i fokus kontrasterades därmed mot den engelska skolans problemlösningsmodell. Vid samtal med lärare i England och observation av den engelska skolans problemlösningsmodell skapades ett personligt intresse för problemlösning och dess potential för lärande. Lester (2013) hävdar att problemlösning skall fungera både som ett mål i sig, men också som ett medel för att lära sig matematik. Problemlösning genomsyrar även kursplanen för matematik (Skolverket, 2018) då problemlösning återfinns i syftet med matematikundervisningen, men också som en förmåga, som ett centralt innehåll och i kunskapskraven.

1.1 Syfte och frågeställningar

Syftet med denna studie är att undersöka hur problemlösningsuppgifter är utformade i några läroböcker och tillhörande lärarhandledningar för matematik i årskurs 4. För att uppfylla syftet ställs följande frågeställning:

- Hur är problemlösningsuppgifter utformade i några läroböcker och tillhörande lärarhandledningar för matematik i årskurs 4?

2. Tidigare forskning

Följande avsnitt tillhandahåller en mängd definitioner som är återkommande inom arbetet och som är nyckelbegrepp i studien. Ett tidigare examensarbete har skrivits inom ämnet problemlösning där problemlösningens karaktär och dess centrala byggstenar undersöktes genom en litteraturstudie inom ämnet. För att kunna skriva ett arbete om just problemlösning är det av intresse att definiera vad problemlösning är. Detta arbete kommer att utgå ifrån Lesters (2013) definition. Han har samlat en mängd forskares definitioner och tillhandahåller en samlad definition. Dessa forskares definitioner har två gemensamma komponenter, nämligen att det finns ett mål som den individuella problemlösaren inte kan nå omedelbart. Definitionen tyder på att problemlösning är individuellt. Det som är ett problem för en person, behöver inte nödvändigtvis vara ett problem för en annan. (Ibid, 2013) skriver också att definitionen för en problemlösningsuppgift är att det finns en uppgift som den individuella problemlösaren omedelbart inte kan lösa.

Tidigare arbete har funnit problemlösningens centrala byggstenar där framstod strategier och metoder, metakognitiva färdigheter och självreglerande lärande som viktiga faktorer för problemlösning. Karatas och Baki (2013) skriver att elever bör få chansen att applicera och anpassa sig till en rad olika strategier för att kunna lösa problem. De behöver också få chansen att reflektera när en specifik strategi premieras att användas. Bruun (2013) skriver att nio olika strategier som kan användas vid problemlösning rekommenderas av The National Council of Teachers of Mathematics (vidare NCTM) som är världens största organisation förknippad med matematikundervisning (National Council of Teachers of Mathematics, 2019). Bland dessa strategier återfinns *rita en bild*, *gör en tabell/graf*, *lös problemet bakifrån*, *hitta ett mönster*, *lös ett enklare problem och gissa*, *testa*, *utvärdera*. Bruun (2013) hävdar slutligen att lärare bör undervisa om de strategier som NCTM rekommenderar för att förbättra elevernas förmåga att lösa problem. Taflin (2007) skriver att framgångsrika problemlösare ständigt använder sig av flera olika strategier vid lösningen av ett problem.

Rott (2013) visar att metakognitiva färdigheter är en central aspekt inom problemlösning. Lester (2013) hävdar att metakognitiva färdigheter är en nyckelfaktor till lyckad problemlösning. Med metakognition avses i detta arbete Garafalo och Lesters (1985) definition där de hävdar att metakognition är kunskap om ens egna kognitiva processer.

Den tredje och sista byggstenen som har funnits i tidigare forskning om problemlösningens centrala byggstenar är självreglerande lärande. Självreglerande lärande är enligt Marchis (2011) centralt inom matematisk problemlösning. Marchis (2011) definierar självreglerande lärande som en effektiv form av lärande där eleverna skapar sina egna mål och planerar sitt eget lärande innan lärandeprocessen startar. Eleverna förändrar sedan sitt tanke- och handlingssätt under lärandefasen och reflekterar över lärandet vid lärandeprocessens slut. Självreglerande problemlösare skapar sig först en förståelse för problemet utifrån den givna informationen, därefter löser de problemet för att slutligen utvärdera sin plan och sitt val av strategi. Vid behov kan problemlösaren därefter ändra sin strategi om den visar sig vara ineffektiv för problemet. Rott (2013) hävdar att de elever som har tillgång till ett självreglerande lärande presterar bättre i problemlösning och skriver vidare att självreglering är nära besläktat med metakognitiva färdigheter. Utöver de presenterade byggstenarna visar Lester (2013) på fler faktorer som påverkar problemlösning. Han menar att framgångsrika problemlösare även har tillgång till att samordna tidigare erfarenheter och kunskap inom problemlösning, kännedom om olika representationsformer och vara duktig på att hitta mönster.

Enligt Taflin (2007) är motsatsen till en problemlösningsuppgift en rutinuppgift där hon hävdar att individen vet hur uppgiften ska lösas. En rutinuppgift är en uppgift som inte leder till några problem för individen. Individen är också bekant med uppgiftens lösningssätt vilket gör lösningen av rutinuppgifter till färdighetsträning. En uppgift blir först ett problem för individen om individen inte har en given procedur för hur uppgiften kan lösas. Situationen blir alltså avgörande för hur uppgifter benämns. Taflin (2007) hävdar också att en tredje typ av uppgift finns, nämligen textuppgifter. I textuppgifter finns det ett språk utanför det matematiska. I denna studie kommer skillnaden göras på problemlösningsuppgifter och övriga uppgifter.

Bergqvist (2014) tycker att det bör läggas ett större fokus på problemlösningsuppgifter i skolan. Han betvivlar däremot inte att färdighetsträning i form av rutinuppgifter är viktigt men betonar att det som måste förändras är den dominans rutinuppgifter har i den svenska skolan. Då denna studie syftar till att analysera hur läroböcker behandlar problemlösning är det viktigt att veta läroböckernas funktion i skolverksamheten. Enligt Grevholm (2014) styr läroboken den svenska matematikundervisningen. Lärare följer läroboken från sida till sida och använder sig av förklaringarna som läroboken ger. Målet är att hinna räkna ut hela läroboken. ”Kvantitet och inte kvalitet, kappräkning istället för förståelse” (Grevholm, 2014, s. 147). Hon hävdar att det som borde styra undervisningen är styrdokumenten, läroplanen och kursplanens mål i matematik. Ibid (2014) skriver att en vanlig missuppfattning är att författarna till läroböcker är noga med att följa kursplanen men undersökningar visar att författarna inte alltid följer styrdokumenten. Brorsson (2014) skriver att ett läromedel består av flera olika delar som tillsammans bildar en helhet. Lärarhandledningarna har här en betydande roll, då de didaktiska tankarna bakom innehållet i läroböckerna presenteras i dem. Brorsson skriver att det tyvärr händer alldeles för ofta att lärare inte läser igenom lärarhandledningarna på grund av tidsbrist eller begränsad ekonomi. Avsikten med läromedel är inte att eleverna ska räkna tysta för sig själva. En didaktisk tanke om hur undervisning med problemlösning kan genomföras presenteras av Shimizu (2014). Shimizu presenterar den japanska metoden som ett sätt att undervisa om problemlösning. I den japanska metoden presenteras först problemet och eleverna arbetar därefter på egen hand med problemet. Därefter följer en pardiskussion om problemet för att sedan presentera de olika lösningsförslagen i helklass.

2.1 Styrdokument

Ett av matematikämnets syften (Skolverket, 2018) är att ”eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem…”, men också att värdera deras valda strategier i problemlösningsfasen. Problemlösning återfinns däremot inte endast i matematikämnets syfte, utan det uttrycks även som en förmåga. Genom undervisningen i matematik bör eleverna få utveckla sin förmåga att (ibid, 2018) ”formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder”. Syftet med matematikundervisningen samt förmågan som eleverna ska få möjlighet att utveckla syftar alltså till samma sak. I det centrala innehållet för matematik i årskurs 4-6 (ibid, 2018) har problemlösning tilldelats en egen kategori. Under elevernas skolgång i mellanstadiet bör eleverna ha med sig ”strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer.” samt ”matematisk formulering av frågeställningar utifrån vardagliga situationer.”. Det centrala innehållet skiljer sig därmed från ämnets syfte och förmåga då det centrala innehållet betonar ”vardagliga situationer”. I kunskapskraven för matematikämnet (ibid, 2018) beskrivs vad som krävs av eleverna för att de skall uppnå betyget E. Det som krävs av eleverna inom problemlösning för att få betyget E är:

> ”Eleven kan lösa enkla problem i elevnära situationer på ett **i huvudsak** fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med **viss** anpassning till problemets karaktär. Eleven beskriver tillvägagångssätt på ett **i huvudsak** fungerande sätt och för **enkla och till viss del** underbyggda resonemang om resultatens rimlighet i förhållande till problemsituationen samt kan **bidra till** att ge **något förslag** på alternativt tillvägagångssätt.” (Skolverket, 2018).

I denna beskrivning av hur kursplanen i matematik (ibid, 2018) behandlar problemlösning finns det ett par gemensamma teman. Det finns ingen större skillnad i syftestexten för problemlösning och förmågan eleverna skall utveckla. Båda syftar till att eleverna skall formulera och lösa problem samt värdera sina valda strategier. Detta skiljer sig från det centrala innehållet för matematik där ”vardagliga situationer” har en central roll. Samtidigt som kunskapskravet säger att eleverna skall kunna lösa problem i elevnära situationer, men tillägger också att eleverna skall kunna beskriva sitt tillvägagångssätt samt ge alternativa lösningsförslag.

I kommentarmaterialet för kursplanen i matematik framställs matematik som ett kommunikativt ämne som är en kreativ och problemlösande verksamhet. Kursplanen utgår från den glädje som ligger i att förstå och kunna lösa problem (Skolverket, 2017). I kommentarmaterialet står det också att kursplanen har en tydlig inriktning mot problemlösning då det är centralt i matematisk verksamhet. Kommentarmaterialet berör även det centrala innehållet i kursplanen för matematik, där just ”problemlösning” har en särställning då innehållet i problemlösning ska tillämpas på alla andra kunskapsområden.

3. Teoretiskt ramverk

För att kunna besvara min forskningsfråga om hur problemlösningsuppgifter är utformade har jag tagit hjälp av ett teoretiskt ramverk. Det teoretiska ramverk som använts för analysen av uppgifterna i läroböckerna har inspirerats av Brändströms (2005) analysverktyg. Grevholm (2014) skriver att Brändströms ramverk för analys av uppgifter kan användas vid studier som analyserar uppgifter i läroböcker. Brändström (2005) hävdar att ett liknande ramverk är svårt att finna i forskningslitteraturen. Det ramverk som hon presenterar är utarbetat från diverse olika taxonomi och ramverk. Originalramverket (Brändström, 2005) för analys av uppgifter är utarbetat på engelska där följande delar återfinns: pictures, operations, processes, demands. Varje del är även indelade i olika underkategorier enligt följande: Pictures: none, decorative, functional. Operations: uni, multi. Processes: remembering, understanding, applying, analysing, evaluating, creating. Demands: memorisation, connections, no connections, doing mathematics. Fritt översatt till svenska återfinns följande delar i originalramverket: Bilder: inga, dekorativa, funktionella. Operationer: en, flera. Processer: minnas, förstå, tillämpa, analysera, utvärdera, skapa. Krav: memorering, kopplingar, inga kopplingar, matematikskapande.

Pictures:	**Operations**:	**Processes**:	**Demands**:
None	Uni	Remembering	Memorisation
Decorative	Multi	Understanding	Connections
Functional		Applying	No connections
		Analysing	Doing mathematics
		Evaluating	
		Creating	

Figur 3.1 *Brändströms (2005, s. 47) originalverktyg för analys.*

Då detta teoretiska ramverk initialt inte var anpassat för problemlösningsuppgifter explicit gjordes en mindre anpassning i det för att anknyta det närmre till problemlösningsuppgifter. Ändringen som gjordes var att inte bedöma vilka krav som uppgiften ställde. Detta valdes bort dels på grund av att förståelsen för vad det innebar inte var tillräcklig från min sida och dels då Brändström (2005) själv visar att kategorin ”krav” är lik kategorin ”processer” då båda kategorierna fokuserar på vad som krävs av individen för att kunna lösa uppgiften. Ett val som gjordes var också att ersätta kategorin krav med en annan kategori nämligen om uppgiften var av vardaglig karaktär eller inte. Valet att lägga till kategorin vardagligt eller inte gjordes då det centrala innehållet i kursplanen för matematik (Skolverket, 2018) skriver att elever ska få lösa problem utifrån vardagliga situationer. De övriga tre kategorierna från originalramverket behölls.

Vad gäller bilder tillhörande problemlösningsuppgifterna gjordes bedömningen om det fanns några bilder alls och om det fanns bilder ställdes frågor om huruvida de var av dekorativ eller funktionell karaktär. Dekorativa bilder ger ingen hjälp eller guidning till hur uppgiften kan lösas utan de är endast där som ren dekoration. Funktionella bilder kan antingen illustrera uppgiften i sig eller behövs för att lösa uppgiften (Brändström, 2005). Arcavi (2003) hävdar att visuell representation så som bilder eller grafer kan inspirera den individuella problemlösaren att hitta en lösning på ett problem då visuell representation väcker kreativitet. Att rita en bild och att göra en tabell/graf är två olika exempel på visuell representation, båda är också exempel på strategier för problemlösning som är rekommenderade av NCTM. I det teoretiska ramverket beskrivs också antalet operationer som krävs för att lösa en uppgift. Där det görs skillnad på om det är en operation eller flera operationer som krävs för att lösa uppgiften. Antalet operationer kan enklast förklaras med ”antalet steg för att lösa uppgiften”. Brändström (2005) hävdar att uppgifter som kräver fler än ett tankeled att lösa är svårare än uppgifter som kräver ett. Pólya (1945) hävdar genom Taflin (2007) att processen till att lösa ett problem är av stor vikt och speciellt de tankeoperationer som används under problemlösningsfasen. Antalet operationer är med andra ord av intresse då uppgifter som kräver en operation kan vara enklare att lösa än en uppgift som kräver flera. Samtidigt kan en uppgift som kräver flera operationer leda till att problemlösaren gör fler misstag i problemlösningsfasen då problemlösaren har flera saker att tänka på vid lösningen. Brändströms (2005) teoretiska ramverk innehåller kognitiva processer. Processerna är att minnas, att förstå, att tillämpa, att analysera, att utvärdera eller att skapa. Processerna är i detta ramverk hierarkiskt uppbyggda, vilket innebär att processen minnesprocess återfinns i samtliga uppgifter medan en skapandeprocess anses vara den bästa processen då den innefattar både den skapandeprocessen och samtliga föregående fem processer. Hierarkin lyder enligt följande: minnas, förstå, tillämpa, analysera, utvärdera och skapa. Bergqvist (2014) betonar i sitt kapitel om problemlösning att de skapande inslagen i matematik är de mest meningsfulla. Taflin (2007) skriver att elever utvecklar sin kreativitet genom att formulera egna problem och sedan lösa dem. Hon skriver också att även långsammare elever behöver ges tillfälle att formulera egna problem då den kreativa aktiviteten gör det möjligt för lärare att överblicka elevers kunskaper i de områden som problemet behandlat. Att formulera och lösa egna problem är också ett av matematikämnets syften (Skolverket, 2018). Den tidigare forskningen som funnits inom problemlösning har betonat de kognitiva processerna bakom problemlösning med både metakognition, självreglerande lärande och val av strategier och metoder som centralt för problemlösning. Därför är det också relevant för studien att bedöma vilka kognitiva processer som krävs för att lösa problemlösningsuppgifterna i läroböckerna.

Bilder:	**Antal tankeled**:	(Kognitiva) **Processer**:	**Vardagsanknutet**:
Inga	Ett	Minnas	Ja
Dekorativa	Flera	Förstå	Nej
Funktionella		Tillämpa	
		Analysera	
		Utvärdera	
		Skapa	

Figur 3.2 *Det använda teoretiska ramverket.*

4. Metod

Följande kapitel kommer att innehålla en metoddiskussion där metoden och tillvägagångssättet för hur denna studie är utformad beskrivs. Diskussioner kommer sedan föras kring det teoretiska ramverk som användes i studien följt av en beskrivning av hur det teoretiska ramverket kan användas vid liknande undersökningar. Kapitlet kommer att beröra ett antal underrubriker som i tur och ordning är följande: metoddiskussion, pilotstudie, urval, datainsamling och genomförande, etiska överväganden och slutligen validitet och reliabilitet.

4.1 Metoddiskussion

Denna studie ämnar till att analysera det som explicit står i läroböckernas uppgifter och inte vad elever gör i uppgifterna. Endast läroböcker och lärarhandledningar kommer att analyserats och analysen kommer att göras utan att involvera varken lärare eller elever. Analysen är gjord på två stycken läroboksserier med tillhörande lärarhandledningar. Det är endast de delarna av läroböckerna och lärarhandledningarna som explicit benämns som problem och problemlösningsuppgifter som kommer att analyseras i denna studie, alla andra uppgifter benämns som ”övriga uppgifter”. Läroböckerna som analyseras i studien är ämnade för årskurs 4. Studien kan endast användas på ett nationellt plan snarare än internationellt då studien är förankrad i forskning om den svenska undervisningen, svenska läromedel har analyserats och den är förankrad i den svenska läroplanen. Det teoretiska ramverk som använts bör ej betraktas som övergripande för all forskning om problemlösning då forskningsfältet kring problemlösning är brett. Däremot kan ramverket användas för att analysera delar av problemlösningen. Med det sagt hade ramverket kunnat utformas för att analysera andra centrala delar av problemlösning som ej redovisas i denna studie, som till exempel vilka strategier som betonas, om problemen kan lösas på flera olika sätt och om problemen kan bedömas som ”rika problem” vilket är önskvärt inom problemlösning (Taflin, 2007).

Vid beräkningen av antalet totala uppgifter räknades uppgifter av a), b), c)-karaktär som en uppgift. Det totala antalet uppgifter räknades fler än en gång för att kontrollera antalet uppgifter. En liten felmarginal på det totala antalet uppgifter kan eventuellt förekomma, denna felmarginal bör däremot vara så liten att den inte har någon större påverkan på resultatet den ena läroboksserien innehöll knappt 1500 uppgifter och den andra läroboken innehöll knappt 1000 uppgifter.

4.2 Användning av det teoretiska ramverket

Studien syftar endast till att undersöka vad som explicit står i uppgifterna utifrån Brändströms (2005) teoretiska ramverk, utan att involvera varken elever eller lärare. Nedan presenteras ramverket och ett förslag på hur ramverket kan användas vid liknande studier. Det teoretiska ramverket som nämnts tolkas i denna studie av mig, varför inga garantier ges att ramverket tolkas på samma sätt av andra. I följande text presenteras min tolkning av ramverket och det jag funnit i problemlösningsuppgifterna efter användning av ramverket med tillhörande nyckelbegrepp som jag fann i studien. Texten nedan presenterar analysen av uppgifterna på ett generellt plan vilket gör att specifika fall kan avvika från dessa generella regler i analysen.

4.2.1 Bilder

Kategoriseringen av användandet av bilder gjordes efter följande tre underkategorier: inga, dekorativa, funktionella. Om kategoriseringen visade att inga bilder används fanns det ingen bild som tydligt tillhörde uppgiften. Vid utfallet att bilderna bedömdes vara av dekorativ karaktär var det tydligt att det fanns en bild tillhörande uppgiften, men att bilden inte krävdes för lösningen av uppgiften. Vid kategoriseringen att bilderna var av funktionell karaktär, bedömdes det vara tydligt att bilden tillhörde uppgiften och användandet av bilden behövdes för att kunna lösa uppgiften.

4.2.2 Antal tankeled

Kategoriseringen av antalet operationer eller antal tankeled som krävdes innefattade två underkategorier: ett eller flera tankeled. Antingen kategoriserades uppgiften inte ha något eller ett tankeled fler. Att beräkna exakt antal steg som krävdes för att lösa uppgiften ansåg Brändström (2005) vara onödigt, lärdomar togs av den studien och sammanfattades kort och gott med ett eller flera tankeled. Om bedömningen gjordes att uppgiften krävde ett tankeled var uppgiften förmodligen utformad enligt följande: följa ett mönster/nästa tal i en talföljd, enkla additioner/subtraktioner, enkla divisioner/multiplikationer, begrepp som dubbelt/hälften, räkna ett antal i en bild. Om bedömningen gjordes att uppgiften krävde flera tankeled kan uppgiften ha varit utformad enligt följande: uppgifter med ledtrådar längs vägen, sätta sig in i någon annans situation och förklara hur den tänker, addition/subtraktion i flera led, fler än ett räknesätt krävs för lösningen av problemet, skapa nya former utifrån en given figur, vem har rätt person a) eller person b), para ihop vilken som hör ihop med vilken utifrån ledtrådar, frågor som har fler än ett svar där båda svaren ska presenteras, hur stor del av figuren är målad.

4.2.3 Processer

Nedan presenteras hur jag har kategoriserat de olika processerna och kommit fram till resultaten. Flera processer kan också överlappa varandra varför det är svårt att placera in vissa uppgifter i ett specifikt fack. Presentationen nedan bör ses som en guide till hur en kategorisering kan göras om kognitiva processer ska kategoriseras snarare än ett facit på hur det ska göras. Att urskilja vilken process som används vid lösningen av en uppgift ansågs vara det svåraste att bedöma utifrån analysverktyget.

De uppgifter som kategoriserades till den kognitiva processen *”att minnas”* var av följande karaktär: hur lång tid någonting är till exempel ett dygn, hur ofta det är skottår, uppgifter där svaren ges i frågan och i princip endast kräver att individen minns vad som stod, enkla subtraktioner och additioner som det inte krävs någon förståelse för att lösa utan strategin presenteras i frågan. Nästa led i den kognitiva processen är *”att förstå”*. Här kategoriserades uppgifter som: följa ett mönster, beskriva nästa tal i en talföljd, enkla additioner i svaret med förståelse för begrepp som fler/färre/dubbelt/hälften, förståelse för enheter som liter och centiliter, begrepp som äldre/yngre, hur datum utläses, hur en tidtabell fungerar, förståelse för likhetstecknets betydelse, förståelse för begrepp som spetsig vinkel, månghörning, triangel, del av helheten. Uppgifter som krävde en begreppsförståelse bedömdes vara av processen att förstå. Den tredje kognitiva processen som kan krävas är processen *”att tillämpa”*. Uppgifter som kategoriserades i denna process är uppgifter likt: välj och tillämpa ett räknesätt på uppgiften, förstora och förminska en skala, additioner/subtraktioner i fler än ett led, applicera olika operationer i beräkningar, förståelse för del och hel och applicera det på olika figurer. Uppgifter som också kategoriserades kräva denna kognitiva process var uppgifter där en given strategi fanns på förhand som skulle tillämpas på uppgiften. Den nästa kognitiva processen som kan krävas är processen *”att analysera”*. Uppgifter som föll in under denna kategori enligt min tolkning är uppgifter som: analysera ditt svar, går uppgiften att lösa utan en av ledtrådarna, försök lista ut hur figur x i mönstret sett ut, diskutera svaret med dina kamrater – är svaret rimligt, uppgifter som krävde fler än en lösning och också hitta flera lösningar. Den kognitiva processen *”att utvärdera”* är enligt Brändström (2005) lik processen ”att analysera”. De uppgifter som jag kategoriserat till processen ”att utvärdera” är följande: Ledtrådsuppgifter där olika ledtrådar ges stegvis för att leda fram till en lösning, förklara hur någon tänker, göra en tabell med deltagare och dess tid i ett lopp för att utvärdera vem som var snabbast, vilken väg är längst till målet. Främst flerstegsuppgifter kategoriserades här och uppgifter som efterfråga att analys om svaret var rimligt eller inte. Den kognitiva process som uppgifterna allra helst ska bedömas uppfylla är processen *”att skapa”*. Uppgifter som kategoriserades till en skapandeprocess är följande: Använda mått och skapa en längd, klippa ut och klistra in något fysiskt på ett papper, flytta runt tändstickor för att skapa egna figurer/mönster/former, uppgifter där eleverna uppmanades att rita och testa sig fram för att finna lösningen.

Notera att analysen inte utger sig för att vara facit till hur kategoriseringar av uppgifterna ska genomföras. Analysen skall endast ses som en mall som kan följas vid liknande studier där syftet är att undersöka hur uppgifter/problemlösningsuppgifter är utformade.

4.2.4 Vardagsanknutet

Den fjärde och sista punkten i analysschemat bedömde om uppgifterna i någon mån anknyter till vardagen eller om uppgifterna bara kräver en lösning av ren matematisk karaktär. Här bedömdes främst vad uppgiften frågar efter. En typisk uppgift som ej anknyts till vardagen är ”Hur många siffor måste du skriva om du skriver alla tal från 1 till och med 20?” (Falck, Picetti & Sundin, 2011, s. 32). Ett exempel på ett problem som är anknutet till vardagen är ”Det är 2156 deltagare i tjejtrampet. Man delar ut en t-shirt till alla som har två nollor i slutet av sitt startnummer. Hur många deltagare får en t-shirt?” (ibid, 2011, s. 32). Uppgiften berör ett cykellopp vilket i detta fall innebär att den är verklighetsbaserad.

4.3 Kvalitativ innehållsanalys

Metoden som använts i denna studie är en kvalitativ innehållsanalys som försökt följa Brymans (2018) flerstegsmodell. Modellen formulerar först en forskningsfråga vilket initialt även gjordes i denna studie, där syftet konstant varit att analysera problemlösningsuppgifter i läroböcker. Därefter bekantade jag mig med en del läroböcker. Här läste jag in mig på de läroböcker som jag avsåg att analysera samt matematikundervisning och tidigare forskning om problemlösning. Vid inlärningen om problemlösning och matematikundervisning kom jag i kontakt med boken ”Matematikundervisning i praktiken (2014)” som skulle visa sig vara av betydelse för denna studie då det teoretiska ramverk (Grevholm, 2014) som jag använde mig av i studien presenterades. Därefter applicerades det teoretiska ramverket på ett fåtal uppgifter likt Bryman (2018) rekommenderar. Urvalet av uppgifter var redan formulerade initialt i forskningsfrågan som var problemlösningsuppgifter som skulle betonas i min analys utifrån nuvarande läroplan. Det teoretiska ramverket var applicerbart på problemlösningsuppgifter då samtliga faktorer kunde analyseras explicit. Ramverket stämde även väl överens med den forskning som jag tidigare funnit om problemlösning inte minst med kognitiva processer (Lester, 2013) vilket fick mig att använda det vidare. Därefter påbörjades en stor datainsamling av tre läroböckers problemlösningsuppgifter där jag applicerade mitt analysschema på var och en av problemlösningsuppgifterna som läroböckerna tillhandahöll, för att slutligen kunna presentera ett resultat av det jag kommit fram till i studien. Resultatet presenteras genom analysverktyget.

En fördel med denna metod är att det teoretiska ramverket är starkt förankrat i tidigare forskning samt att ramverket är till för att användas i studier där uppgifter analyseras (Grevholm, 2014). Brändström (2005) hävdar själv att liknande ramverk är svåra att få tag på i forskningen, en direkt nackdel med det är att ramverket inte kan jämföras med ett annat. Liknande ramverk måste därför utarbetas på egen hand om andra studier likt min vill göras. Tidsaspekten är en annan negativ faktor vilket begränsar denna studies datamängd. Det tar tid att applicera samtliga fyra delar av analysschemat på samtliga problemlösningsuppgifter i läroboken.

4.4 Pilotstudie

En pilotstudie inom ämnet problemlösning har gjorts. Pilotstudien syftade till att undersöka huruvida de problem som förekommer i läroböckerna uppfyller Taflins (2007) definition av rika problem. I pilotstudien påbörjades en tematisk analys (Bryman, 2018) där jag försökte analysera problemlösningsuppgifterna utan ett analysschema på förhand. Jag försökte istället hitta gemensamma teman vid kodningen av uppgifterna. Det visade sig vara svårt att finna gemensamma teman inom problemlösningsuppgifterna. I pilotstudien analyserades endast 10 problemlösningsuppgifter inom ett och samma kapitel vilket visade sig vara för få uppgifter för att kunna urskilja teman. Lärdomar drogs av pilotstudien att det troligen skulle bli svårt att finna gemensamma teman i problemlösningsuppgifterna i läroboken. Det aktiva valet gjordes därför att söka efter ett färdigt analysschema. Detta gjorde att jag lättare kunde undersöka det jag avsett att undersöka snarare än att eventuellt inte hitta något i forskningen alls. Pilotstudien som gjordes fyller därmed inte någon funktion i detta arbete mer än att lärdomar drogs över hur jag kunde utforma forskningen istället.

4.5 Urval

Urvalet som gjorts för vilka läroböcker som analyserats är inte av stor relevans för resultatet i sig. Begränsningen har gjorts till att läroböcker efter år 2011 har analyserats för att de skall vara aktuella för den nuvarande läroplanen. Krav vid urvalet har också varit att böckerna är ämnade för årskurs 4, tillhandahåller en lärarhandledning samt att de har en tydlig problemlösningsdel. Två stycken bokserier har analyserats i denna studie varav tre stycken läroböcker. Läroboken *Matte Direkt Borgen* har två stycken läroböcker nämligen 4A och 4B där båda har analyserats. Jag valde att analysera båda läroböckerna då *Matte Direkt Borgen 4A* inte tillhandahöll en lärarhandledning som kunde analyseras, det gjorde däremot *Matte Direkt Borgen 4B* varför jag ändå tyckte att läroboken var av relevans för studien.

Urvalet som gjorts med *Matte Direkt Borgen* var ett bekvämlighetsurval då det är den lärobok som används på min praktikskola vilket gör att den var lättillgänglig (Bryman, 2018). Vid samtal med ett fåtal lärarstudentkollegor visar det sig att även de har sett att deras praktikskolor använder denna lärobok, vilket stödjer att det är en lärobok som används i praktiken och därför är av intresse att analysera. Den andra boken som analyserades är läroboken *Prima Formula 4*. Läroboken fanns efter en genomsökning i Göteborgs Universitets Bibliotek efter böcker som passade in i min kravprofil. Antingen saknade övriga böcker lärarhandledning eller hade ingen tydlig avgränsning för ett problemlösningskapitel. Det hade däremot *Prima Formula 4* och den valdes för analys.

4.6 Datainsamling och genomförande

Insamlingen av data gjordes efter ett analysschema där delar ur problemlösningsuppgifter analyserades. Datainsamlingen är av största vikt för studien då det endast är det som analysschemat tillhandahåller som presenteras i resultatet samt en beskrivning av lärarhandledningar och hur det beskrivs arbetar med problemlösning. Uppgifterna analyserades enskilt, ingen jämförelse mellan uppgifterna gjordes under analysens gång, uppgifterna analyserades mot samma mall vid fler än ett tillfälle, men däremot med så pass kort tid emellan att det inte gjorde någon större skillnad på resultatet. Datainsamlingen gjordes inte samma dag vilket kan ha påverkat resultatet. Samma uppgifter analyserades fler än en gång för en rättvis bedömning. En upplevelse är att det blev lättare att analysera uppgifterna över tid då jag lärde mig hur jag skulle applicera schemat på de olika uppgifterna, givet erfarenheten jag samlat på mig om hur jag analyserade liknande uppgifter.

4.7 Etiska överväganden

Då det är läroböcker som analyseras i denna forskning har jag försökt att hålla mig så objektiv som möjligt till resultatet. Inga personliga värderingar har gjorts vid analysen av uppgifterna. Jag föredrar inte den ena eller den andra läroboken som är föremål för denna analys men jag är mer bekant med *Matte Direkt Borgen* då den används på min VFU-skola. Analysschemat utger sig inte för att vara heltäckande inom problemlösning utan det har utformats efter tidigare forskning – med det sagt ej all forskning. Vid genomläsning av lärarhandledningarna har en enkel beskrivning gjorts där inga personliga värderingar finns utan det är det som beskrivits explicit som framställs i resultatet.

Då denna studie behandlar läroböcker har inte någon större hänsyn behövts ta till Vetenskapsrådets (2002) regler då de främst berör forskning som involverar andra människor.

Denna forskning gjordes främst för att belysa och medvetengöra den svenska matematikundervisningen i allmänhet och i synnerhet undervisningen inom problemlösning med förhoppning att hjälpa till att utveckla och medvetengöra matematikundervisningen i Sverige.

4.8 Validitet och reliabilitet

Då läroboksanalysen som genomförts är av kvalitativ karaktär kommer den mänskliga faktorn ständigt ha en påverkan på resultatet, detta då det är jag som valt och utformat en del av analysschemat och det är mina tolkningar av analysschemat som utgör större delen av resultatet. Om liknande undersökningar görs på samma läroböcker med samma analysschema är det inte säker att resultatet kommer vara detsamma. Resultatet kommer däremot vara likt mitt om analysen görs enligt min beskrivning i kapitel 4.2.

Studien garanterar inte heller att två uppgifter som möjligen kan ha varit exakt likadana i läroböckerna har analyserats likadant. Detta kan bero på utomstående mänskliga faktorer som trötthet eller humör som kan ha påverkat resultatet. Samtliga problemlösningsuppgifter analyserades inte heller samma dag eller vid samma tidpunkt på dagarna varför det också kan skilja i resultaten. Samtliga uppgifter har däremot blivit analyserade minst två gånger med en kortare period emellan för att styrka reliabiliteten i studien. Vid analysen den andra gången gjordes få förändringar i resultaten. Jag tror därför inte att de utomstående mänskliga faktorerna har en stor påverkan på resultaten men jag betvivlar inte heller att den kan finnas där. Jag märkte också att erfarenhet vid analysen av uppgifterna skulle spela en avgörande roll då jag blev mer bekväm med analysschemat ju längre tiden gick. Jag hade då dessutom redan analyserat ett par uppgifter av liknande karaktär även om samtliga uppgifter har analyserats enskilt utan någon hänsyn till andra uppgifter.

Om denna analys istället varit av en kvantitativ karaktär och till exempel åsyftat att räkna antal gånger ett ord förekommer eller liknande hade resultaten förmodligen varit exakt likadant oavsett om en dator eller en människa analyserat läroböckerna.

En fördel med denna analys är att analysschemat som jag använt mig av är starkt förankrat i tidigare forskning kring problemlösning samt rekommenderas att användas av Grevholm (2014). Att liknande ramverk dessutom är svåra att finna i forskningen kan leda till att fler använder sig av Brändströms (2005) ramverk för sin analys. Ju fler som använder det och kan utveckla det desto bättre. Att andra ramverk är svåra att finna är däremot av vikt då detta ramverk blir svårt att jämföras mot ett liknande. En fördel med att analysera läroböcker är att de är tillgängliga för allmänheten vilket gör att vem som helst kan granska studien.

5. Resultatanalys

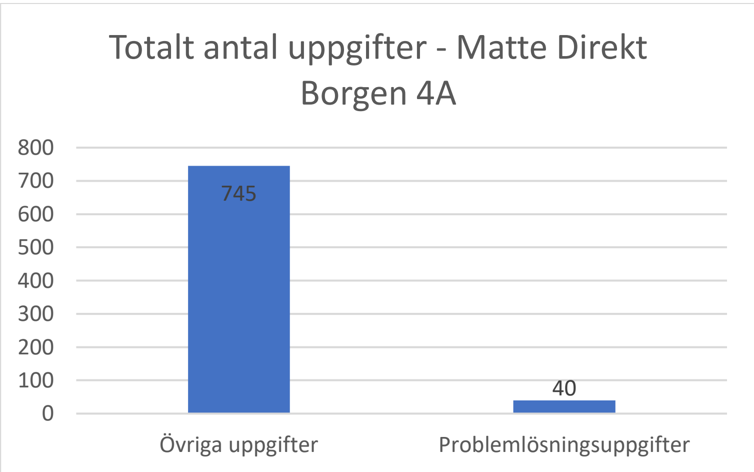
I följande avsnitt presenteras resultaten från studien. En beskrivning av de tre analyserade läroböckerna med tillhörande lärarhandledningar kommer att presenteras samt en analys av problemlösningsuppgifterna i läroböckerna.

5.1 Matte Direkt Borgen 4A

Den första läroboken som analyserats är *Matte Direkt Borgen 4A*. Läroboken släpptes ursprungligen 2003, men reviderades år 2011 för att anpassas till Lgr11. Vad som är intressant är att den senare versionen fått ett tillägg i form av *Utmaningen* som inte fanns med i 2003 års version. *Utmaningen* är enligt författarna den del av läroboken där eleverna får arbeta med problemlösningsuppgifter av olika slag. Förlaget som står bakom läroboken är Sanoma Utbildning. De har utformat läroböcker i matematik från förskoleklass upp till årskurs 6.

Samtliga kapitel i läroboken är uppbyggda efter samma struktur. Varje kapitel startar med *Borggården* där moment som beskrivs i målen för kapitlet tas upp. Därefter tillhandahåller läroboken en *Diagnos* baserat på tidigare sidor. Baserat på hur eleverna presterar under denna diagnos får de antingen arbeta vidare med *Tornet* eller *Rustkammaren*. Eleverna som tyckte att diagnosen var för svår arbetar med Rustkammaren medan de elever som klarade diagnosen bra arbetar med Tornet. När eleverna sedan arbetat med antingen Tornet eller Rustkammaren sammanfattas kapitlets viktigaste moment i *Sammanfattningen*. Slutligen tillhandahåller varje kapitel *Utmaningen* där eleverna, enligt bokens egen utsago, får arbeta med problemlösning av olika slag. De uppgifter som kommer att presenteras i resultatet är de som återfinns under *Utmaningen*.

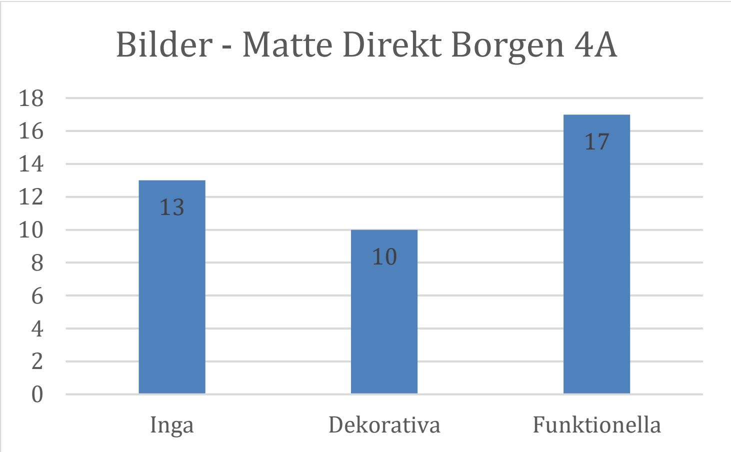
Läroboken innehåller fem kapitel. **Kapitel 1** handlar om taluppfattningar. Kapitlet innefattar totalt 162 uppgifter varav tio av uppgifterna återfinns under delen *Utmaningen* vilket motsvarar drygt 6% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel 2** handlar om addition och subtraktion, kapitlet innehåller ungefär 204 uppgifter varav tio återfanns under *Utmaningen*. Detta motsvarar knappt 5% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel 3** handlar om geometri, kapitlet innehöll ungefär 180 uppgifter varav nio ansågs vara problemlösningsuppgifter. Detta motsvarar exakt 5% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel 4** handlar om multiplikation och division, kapitlet innehåller totalt ungefär 215 uppgifter varav tio återfinns i *Utmaningen*. Detta motsvarar drygt 4,5% av det totala antalet uppgifterna i kapitlet. **Kapitel 5** handlar om tabeller och diagram, kapitlet bestod av ungefär 24 uppgifter varav *Utmaningen* innehöll en av dessa uppgifter. Detta motsvarar drygt 4% av det totala antalet uppgifter som fanns i kapitlet.



Figur 5.1 *Totalt antal uppgifter – Matte Direkt Borgen 4A*

5.1.1 Bilder

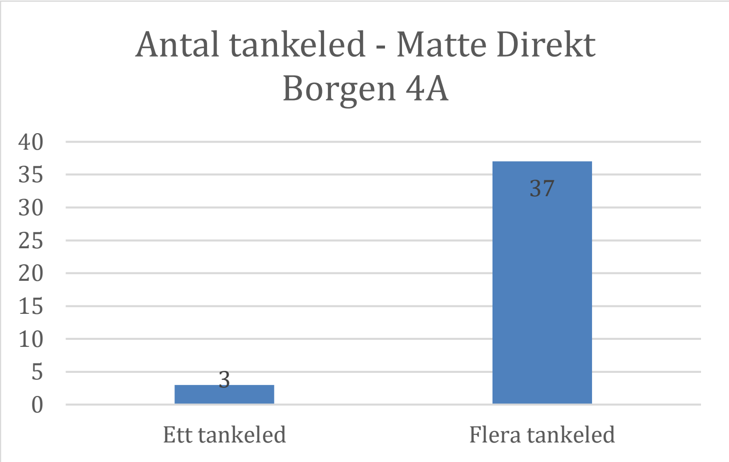
Vid kategoriseringen av användandet av bilder gjordes bedömningen om det fanns en tillhörande bild, om den tillhörande bilden var dekorativ eller om den tillhörande bilden var funktionell. Bedömningen gjordes att fyra av de tio problemlösningsuppgifterna i *kapitel 1* inte tillhandahöll någon bild alls. Tre av uppgifterna innefattade bilder men endast av dekorativ karaktär medan de tre övriga uppgifterna tillhandahöll bilder av funktionell karaktär. En av de uppgifter som bedömdes ha ett funktionellt bildstöd var en uppgift där fyra talkort skulle användas för att lösa uppgiften. En av uppgifterna som bedömdes ha en bild med dekorativ funktion är en uppgift där en bild på Zendra och Malvin syns när de sitter vid ett bord och spelar kort. Fyra av de tio uppgifterna i *kapitel 2* tillhandahöll ingen bild alls till uppgiften. Tre av uppgifterna tillhandahöll bilder men endast av dekorativ karaktär, där en bild på en tärning och en bild på en skattkista återfanns bland annat. Tre av uppgifterna hade också tillhörande bilder av funktionell karaktär. En av dessa bilder var bilder på olika sedlar och mynt som problemlösaren skulle räkna ihop. En annan funktionell bild var en bild på ett kulspel med olika poängsummor som problemlösaren skulle räkna ihop. En av de nio uppgifterna i *kapitel 3* tillhandahöll ingen bild tillhörande uppgiften. Två av uppgifterna tillhandahöll bilder av dekorativ karaktär där den ena bilden undrar hur långt en gräshoppa kan hoppa med tillhörande bild på en gräshoppa varav den andra bilden är på personer som hoppar höjdhopp där frågan är vilket barn som hoppar 93 cm. Resterande sex uppgifter hade tillhörande bilder av funktionell karaktär. Främst var dessa bilder på olika figurer som skulle mätas. Fyra av de tio uppgifterna i *kapitel 4* tillhandahöll ingen bild alls. Två av bilderna hade tillhörande dekorativa bilder. En av dessa var en bild på en skorpion och en kackerlacka vid beräkningen av hur många av varje sort det fanns i burken. Bilderna som var av funktionell karaktär var bilderna på okända figurer som symboliserade siffror. Uppgiften som fanns i *kapitel 5* hade en tillhörande funktionell bild på ett diagram som behövde avläsas för lösningen.



Figur 5.2 *Bilder – Matte Direkt Borgen 4A*

5.1.2 Antal tankeled

Av de tio problemlösningsuppgifter i *kapitel 1* var det tre som inte bedömdes kräva något eller ett tankeled för att lösa medan resterande sju uppgifter bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Uppgifterna som inte bedömdes kräva något eller ett tankeled för att lösa var uppgifter där simpla additioner krävdes eller uppgifter där svaret var av ja/nej-karaktär. En av de uppgifter som kategoriserades kräva inget eller ett tankeled är följande: ”1. Sarah ska hem till Hanna som bor på Brogatan 143. a) Bor Hanna på ett jämnt eller udda nummer?” (Falck, Picetti och Sundin, 2011, s. 32). Uppgiften bedömdes kräva inget eller ett tankeled då svaret är av ja/nej-karaktär. Sju av uppgifterna bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Exempel på sådana uppgifter var av karaktären ”hur många siffror måste du skriva om du skriver alla tal från 1 till och med 20?” samt ”använd fyra av korten och bilda a) de två tal som ligger närmast 2600.” (ibid, s. 32) Uppgiften har tillhörande sifferkort med följande siffror: 2, 9, 0, 5, 6 och 3. Uppgiften bedömdes kräva fler än ett tankeled då eleverna måste bilda fler än ett tal med hjälp av givna siffror på förhand. Samtliga tio uppgifter i *kapitel 2* bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Flera av problemen var av ledtrådskaraktär där problemen krävde en lösning steg för steg, andra uppgifter krävde flera olika lösningsförslag vilket inte är möjligt i ett tankeled medan ett par uppgifter krävde additioner och subtraktioner i fler än ett steg för att lösa. Samtliga nio uppgifter i *kapitel 3* bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Flertalet av uppgifterna var av ledtrådskaraktär återigen där flera olika ledtrådar leder fram till lösningen. Andra uppgifter som bedömdes kräva fler än ett tankeled var uppgifter som additioner i flera steg med förbestämda måttenheter samt en fråga med flera svar där problemlösaren skulle avgöra vilket eller vilka som var rätt. En uppgift som bedömdes kräva fler än ett tankeled är ”Sträckan AD är 42 cm i verkligheten. Sträckan BC är dubbelt så lång som AB. Sträckan CD är dubbelt så lång som BC. Hur lång är sträckan AB i verkligheten?” (ibid, s. 98-99). Även de tio uppgifter som fanns i *kapitel 4* bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Flera av uppgifterna var återigen av ledtrådskaraktär medan andra uppgifter krävde fler än en lösning på problemet. Flera av uppgifterna var enligt modellen ”Vilka tal kan stå i stället för rutorna? Skriv tre olika svar. 24 = ? x ?” (ibid, s. 132-133). Dessa bedömdes kräva fler än ett tankeled då fler än en lösning krävs. Den uppgift som finns i *kapitel 5* kategoriserades också kräva fler än ett tankeled för att lösa då problemlösaren måste följa samtliga fem ledtrådar som ges för att kunna lösa uppgiften.



Figur 5.3 *Antal tankeled – Matte Direkt Borgen 4A*

5.1.3 Processer

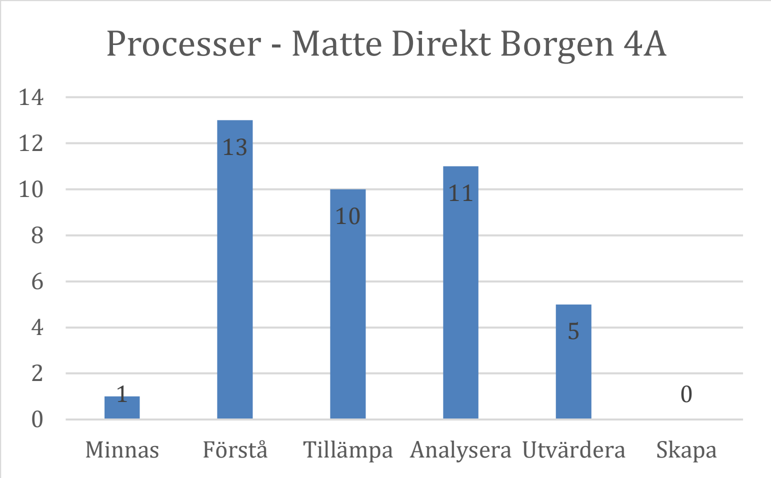
De kognitiva processerna som uppgifterna i *kapitel 1* bedömdes kräva var att en uppgift krävde en minnesprocess för att lösa. Fyra av uppgifterna krävde processen att förstå. Fyra av uppgifterna krävde processen att tillämpa medan en av uppgifterna krävde processen ”att analysera”. Den uppgift som bedömdes kräva en minnesprocess för att lösa var uppgiften om Hanna bor på ett jämnt eller udda nummer. En av de uppgifter som krävde den kognitiva processen att förstå för att lösa var ”Byt ut cirkeln mot ett jämnt tal och triangeln mot ett udda tal och räkna ut. Blir svaret jämnt eller udda?”. Här krävs förståelse för vad ett jämnt och ett udda tal är varför uppgiften kategoriserades som en förståelseprocess. En av de fyra uppgifterna som kategoriserades till processen att tillämpa var uppgiften där fyra talkort skulle användas (2, 9, 0, 5, 6 och 3) för att bilda de två tal som ligger närmast 2600. Här kräver uppgiften att korten med tal på tillämpas på själva uppgiften för att kunna lösa den. Det tal som bedömdes kräva en analyserande process var följande:

> ”10) Zendra har tre talkort och Malvin har fyra. Varje kort har ett av talen 1, 2, 3, 4, 5, 6 och 7. När Zendra lägger ihop talen på sina kort får hon samma svar som Malvin får när han lägger ihop talen på sina kort. Vilka kort har Zendra?” (Falck, Picetti och Sundin, 2011, s. 32-33)

Uppgiften bedömdes vara av den kognitiva processen ”att analysera” då talet innehåller så pass många olika faktorer för att komma fram till en lösning. Inte bara en förståelse för tal bedömdes krävas här utan även en analys av siffersummorna och hur de kan förändras. Av de tio uppgifterna i *kapitel 2* var det två av dem som krävde den kognitiva processen *att förstå* för att lösa. En av dessa uppgifter var: ”Wille kastade en tärning fem gånger. Sammanlagt kom det upp 21 prickar. Vad kan tärningarna ha visat i de olika kasten? Ge fem olika förslag.” (ibid, s. 66-67) Uppgiften kräver bland annat att problemlösaren har förståelse för hur en tärning är uppbyggd. Tre av uppgifterna i kapitlet bedömdes kräva den kognitiva processen ”att tillämpa”. En av dessa uppgifter var en uppgift där numren 9 8 7 6 5 4 3 2 1 stod uppradade längs varandra. Problemlösaren skulle därefter pröva att sätta ut plus eller minustecken mellan siffrorna för att bilda summan 9. Problemlösaren ska här pröva sig fram vilket är en strategi inom problemlösning som tillämpas på uppgiften. Resterande fem uppgifter i kapitlet kategoriserades till processen ”att analysera”. Uppgifterna som bedömdes till processen att analysera var uppgifter där flertalet additioner och subtraktioner krävdes för att sedan analysera vem som hade flest pengar alternativt högst poängsumma. En av dessa uppgifter löd:

> ”6) Vem betalar med 3 hundralappar, en 50-kronorssedel, en 20-kronorssedel och 2 femkronor? Oscar köper byxor för 249 kr och en tröja för 124 kr. Elin köper byxor för 183 kr och en tröja för 198 kr. Omar köper byxor för 197 kr och en tröja för 182 kr.” (Ibid, s. 66-67)

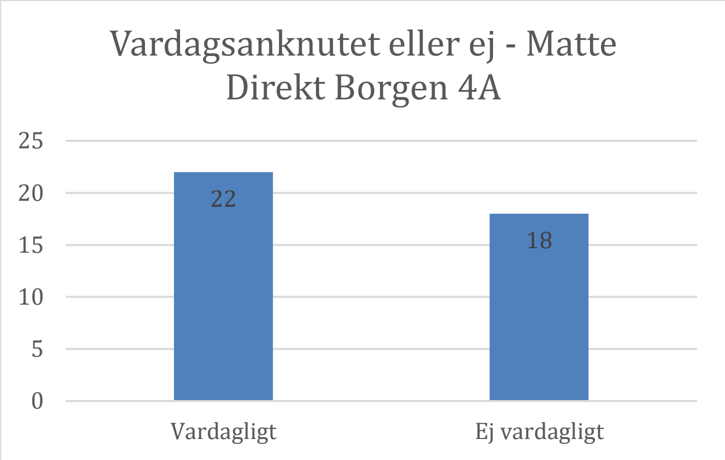
Uppgiften är av analyserande karaktär då det krävs av problemlösaren att först räkna ihop samtliga summor för att sedan analysera vem av de tre personerna som summan passar med. Tre av de totala nio uppgifter som kategoriserats i *kapitel 3* bedömdes kräva den kognitiva processen ”att tillämpa”. En av de uppgifter som bedömdes kräva processen ”att tillämpa” var ”En rektangel har omkretsen 24 cm. Bredden är hälften så lång som längden. Vilken längd har rektangeln?” (ibid, s. 98-99). För att lösa uppgiften krävs inte bara en förståelseprocess för begreppen omkrets, bredd och längd. Uppgiften kräver även en tillämpning av dessa begrepp på den aktuella uppgiften för lösningen varför uppgiften bedömdes kräva den kognitiva processen att tillämpa. Fyra av uppgifterna kategoriserades kräva den kognitiva processen att analysera. Ett exempel på en uppgift som krävde processen att analysera var ”Vilken av figurerna kan man inte vika ihop till en kub?” (ibid, s. 98-99). Uppgiften kräver inte bara en minnesprocess eller en förståelseprocess för hur en kub är uppbyggd, uppgiften kräver även en tillämpning där figurerna faktiskt viks ihop samt en analys av vilka figurer som bildar en kub eller inte. Den ”högsta” processen som bedömdes är därför processen att analysera. Två av uppgifterna kategoriserades till processen att utvärdera. En av dessa är uppgiften där sträckan AD var 42 cm i verkligheten och frågan löd hur lång sträckan AB är i verkligheten. Lösningen kräver flera lösningar på vägen till svaret samt en analys av hur långa sträckorna är i jämförelse med varandra varför uppgiften bedömdes tillhöra processen att analysera. Sju av de tio uppgifterna i *kapitel 4* bedömdes kräva den kognitiva processen ”att förstå” för att lösa. Dessa uppgifter var uppgifter där simpla additioner, divisioner eller multiplikationer krävdes. Flera av uppgifterna var enligt modellen ”vilka tal kan stå istället för …” med en mängd olika föremål eller rutor som symboliserade okända variabler. Samtliga uppgifter av den karaktären kategoriserades till processen att förstå. Detta dels då förståelse för likhetstecknets betydelse krävs för lösningen men också förståelse för att ”det okända” symboliserar ett tal. En uppgift bedömdes till processen att analysera. Problemet löd ”Arrax har en burk med skorpioner och kackerlackor i. De har sammanlagt 48 ben. Skorpioner har åtta ben och kackerlackor sex ben. Hur många av varje djur är det i burken?” (ibid, s. 132-133). De kvarvarande två uppgifterna bedömdes kräva processen att utvärdera för att lösa. En av dessa uppgifter var ”Vilket tal tänker Sarah på?” med tillhörande tankebubbla från Sarah där hon säger ”Jag multiplicerar mitt tal med 8 och sedan subtraherar jag svaret med 14. Svaret jag då får dividerar jag med 7 och får 6.” (ibid, s. 132-133). Problemet anses vara av utvärderande karaktär då lösningen kräver en utvärdering av vad Sarah säger samt utvärdera vilken strategi som krävs för lösningen. Problemlösningsuppgiften i *kapitel 5* kategoriserades kräva processen ”att utvärdera”, problemlösaren måste ställa ledtrådarna mot varandra och utvärdera vilken bokstav som tillhör vilket träd med hjälp av flera olika faktorer.



Figur 5.4 *Processer – Matte Direkt Borgen 4A*

5.1.4 Vardagsanknutet

Fem av de tio problemlösningsuppgifterna i *kapitel 1* kategoriserades vara anknutna till vardagen medan resterande fem inte ansågs anknyta till vardagen på något sätt. Ett exempel på ett tal som anses anknyta till vardagen är ett tal där deltagarantalet i tjejtrampet uppkommer till 2156 personer där alla personer som har två nollor i slutet av sitt startnummer får en t-shirt. En uppgift som däremot inte anknyter till något vardagligt är en uppgift som lyder ”Hur många ettor måste du skriva om du skriver alla tal från 0 till 100?” (ibid, s. 32-33). Åtta av de tio uppgifterna i *kapitel 2* kategoriserades vara av vardaglig karaktär medan två inte ansågs vara det. En av de två uppgifter som inte kunde återknytas till vardagen var uppgiften där plus eller minustecken skulle sättas ut mellan olika siffror för att bilda summan 9. De tal som bedömdes vara av vardaglig karaktär var till exempel uppgiften där en tärning skulle kastas fem gånger, ett disco där antalet pojkar och flickor skulle räknas eller uppgifter där sedlar och mynt skulle räknas ihop. Fyra av uppgifterna i *kapitel 3* kan anknytas till något vardagligt som hur långt en gräshoppa kan hoppa eller hur högt ett par barn kan hoppa höjdhopp. Övriga fem uppgifter kunde inte anknytas till något vardagligt då uppgifterna främst berörde hur lång en sträcka var i en given figur. Fyra av uppgifterna var av vardaglig karaktär även i *kapitel 4* medan övriga sex inte kunde anknytas till något vardagligt. De uppgifter som kunde anknytas till något vardagligt var uppgifter där olika glassar skulle köpas för en viss summa, uppgiften där antal skorpioner och kackerlackor som fanns i burken och en uppgift med siffror på ett chokladhjul på ett tivoli. Uppgifterna som inte kunde anknytas till något matematiskt var uppgifterna där ett tal skulle stå istället för rutorna för att multiplikationerna och divisionerna skulle stämma överens. Även uppgiften i *kapitel 5* kan anknytas till något vardagligt då det är olika träd som jämförs.

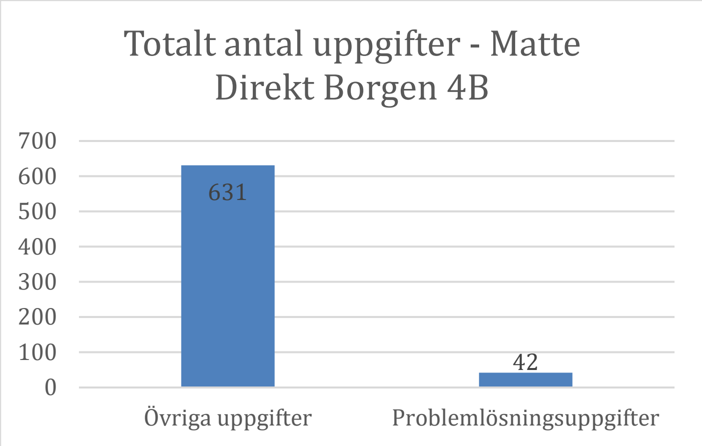


Figur 5.5 *Vardagsanknutet – Matte Direkt Borgen 4A*

5.2 Matte Direkt Borgen 4B

Matte Direkt Borgen 4B är del två av *Matte Direkt Borgen 4A*. Bokens första kapitel benämns som kapitel 6. Däremot de båda läroböckerna inte samma författare, författarna till *Matte Direkt Borgen 4B* är Falck och Picetti (2012). Däremot är det samma förlag som har publicerat boken nämligen Sanoma Utbildning. *Matte Direkt Borgen 4B* tillhandahåller en lärarhandledning som kommer att beskrivas i denna studie. Strukturen på läroboken är densamma som *Matte Direkt Borgen 4A* vilket gör att det endast är uppgifterna som återfinns under *Utmaningen* som kommer att kategoriseras i denna studie.

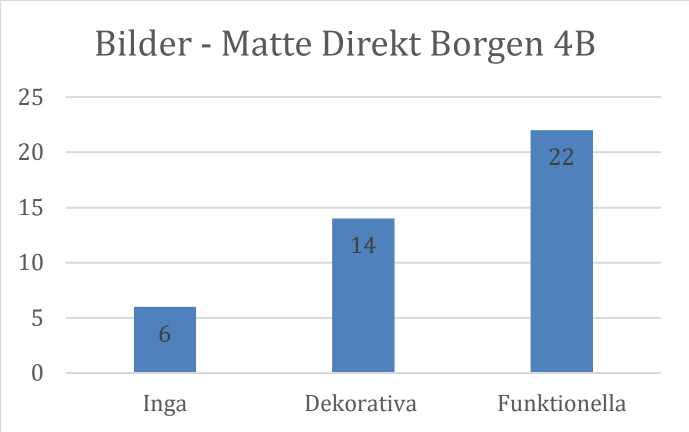
Kapitel 6 i boken handlar om Tid. Tidskapitlet innehåller totalt ungefär 146 uppgifter varav åtta av uppgifterna har analyserats, nämligen de som återfinns under *Utmaningen* och därav benämns som problemlösningsuppgifter. Åtta av de 146 uppgifterna motsvarar knappt 5,5% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel 7** handlar om addition och subtraktion. I kapitlet finns det totalt 156 uppgifter varav tio av uppgifterna definieras som problemlösningsuppgifter. Detta motsvarar knappt 6,5% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel 8** handlar om geometri. Kapitlet innehåller totalt ungefär 94 uppgifter varav fem av dessa återfinns under *Utmaningen*. Detta motsvarar knappt 5,5% av samtliga uppgifter i geometrikapitlet. **Kapitel 9** handlar om räkning med bråk. I kapitlet om bråk finns det ungefär 124 uppgifter varav nio av dessa kan benämnas som problemlösningsuppgifter. Detta motsvarar drygt 7% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel 10** handlar om multiplikation och division. Kapitlet innehåller totalt ungefär 153 uppgifter varav tio av dessa kan beskrivas som problemlösningsuppgifter. Detta motsvarar drygt 6,5% av samtliga uppgifter i kapitlet.



Figur 5.6 *Totalt antal uppgifter – Matte Direkt Borgen 4B*

5.2.1 Bilder

Tre av de åtta uppgifterna i *kapitel 6* tillhandahöll ingen bild alls. Medan övriga fem uppgifter hade en bild varav en av bilderna var av funktionell karaktär (en bild på en tidtabell som behövdes för lösningen av uppgiften). Resterande fyra uppgifter innehöll bilder av dekorativ karaktär som till exempel en bild på en tårta vid en uppgift om födelsedagskalas. Till skillnad från det sjätte kapitlet innehöll *kapitel 7* desto fler bilder. Tio av de totala tio uppgifterna hade tillhörande bilder varav sju av dessa var av funktionell karaktär. En av dessa sju bilder som var av funktionell karaktär var en skattkarta där olika mått var utsatta för att veta vilken väg som var längst. Flertalet av de övriga uppgifterna tillhandahöll bilder på klädesplagg och dess priser. En av de tre bilder som var av dekorativ karaktär var en bild på en stor säck med pengar tillsammans med en försäljare. Den dekorativa bilden tillhörde Conrads köp av segel med dukater. En annan uppgift som hade en dekorativ bild var uppgiften där ett tal skulle stå istället för piratflaggan. Det kan argumenteras för att piratflaggan däremot är av funktionell karaktär istället för av dekorativ karaktär då piratflaggan ska bytas ut mot ett tal. Uppgiften kategoriseras därför befinna sig någonstans mellan att vara av dekorativ eller funktionell karaktär. Samtliga fem uppgifter i *kapitel 8* om geometri hade tillhörande bilder, samtliga bilder var dessutom av en funktionell karaktär då alla tillhandahöll bilder på olika figurer som krävdes för lösningen. En av uppgifterna i *kapitel 9* tillhandahöll ingen bild alls. Fem av de nio uppgifterna hade en tillhörande bild men av dekorativ karaktär medan de sista tre uppgifterna hade bilder av funktionell karaktär. En av de dekorativa bilderna var en bild på en godispåse tillhörande uppgift nio som beskrevs ovan medan de funktionella bilderna främst var bilder på en varierande helhet som problemlösaren skulle ta ut delar ifrån. Två av uppgifterna i *kapitel 10* tillhandahöll ingen bild tillhörande frågan. Två av uppgifterna tillhandahöll bilder men av dekorativ karaktär som en bild på en godispåse. Resterande sex uppgifter tillhandahöll ett funktionellt bildstöd. Till exempel uppgifter där tal var utbytta mot instrument som bild eller bilder på nyckelringarna som kunde köpas.



Figur 5.7 *Bilder – Matte Direkt Borgen 4B*

5.2.2 Antal tankeled

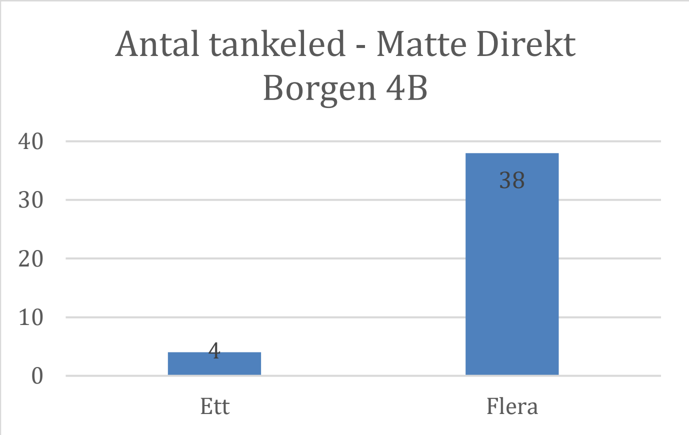
En av de totalt åtta uppgifterna i *kapitel 6* bedömdes inget eller ett tankeled för att kunna lösa. Uppgiften frågade hur många timmar Arrax hade sovit: ”- Om jag sovit 4 timmar längre än jag faktiskt gjorde skulle jag ha sovit ett halvt dygn.” (Falck och Picetti, 2012, s. 32-33). Resterande sju uppgifter i kapitlet bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Flerparten av dessa uppgifter var av ledtrådskaraktär, med det vill säga att problemlösaren var tvungen att lösa problemet från början till slutet och följa samtliga steg på vägen dit. En av dessa uppgifter lyder enligt följande:

> ”6) Lucy ska träffa en kompis klockan 17.45. Innan dess måste hon först hinna gå ut med hunden i 20. Hon ska också hämta sin lillebror på förskolan. Det brukar ta 35 min. Hon behöver duscha och klä om sig. Det beräknar hon ska ta 25 min. Promenaden till mötesplatsen tar 15 minuter. När bör hon senast börja hund-promenaden för att komma i tid till sin kompis?” (ibid, s. 32-33)

Uppgiften ovan bedömdes som att det behövs fler än en operation eller tankeled för att lösa den. Samtliga tio uppgifter i *kapitel 7* bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Detta då samtliga additioner eller subtraktioner var i flera steg. En av dessa uppgifter lyder enligt följande: ”Conrad köper några segel som kostar 2450 dukater styck. Han betalar 10 000 dukater och får 2650 dukater tillbaka. Hur många segel köpte han?” (ibid, s. 64-65). Två av de fem problemlösningsuppgifterna i *kapitel 8* bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa medan övriga tre endast krävde ett eller inget tankeled för att lösa. De uppgifter som inte krävde något eller ett tankeled för att lösa var samtliga av sorten ”hur många finns det i denna figuren” till exempel ”hur många trianglar finns det i figuren?” med tillhörande bild. Bedömningen som gjorts visar att det krävs inget eller ett tankeled för att lösa en sådan typ av uppgift då bildstödet i uppgiften är så pass starkt i detta fall. De övriga två uppgifterna som kategoriserades kräva fler än ett tankeled för att kunna lösa var uppgifter av ledtrådskaraktär. En av dessa uppgifter lyder:

> ”Riddarna placerar sina sköldar i varsin ruta. Rita av rutorna och skriva namnen på rätt plats. Så här sätter de sköldarna. Bengt sätter sin sköld under Eriks sköld. Johan sätter sin sköld ovanför Pers sköld. Sven sätter sin sköld till vänster om Eriks. Carl sätter sin sköld mellan Bengts och Pers sköldar.” (ibid, s. 90-91)

Samtliga nio uppgifter i *kapitel 9* bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Flera av uppgifterna frågade efter hur stor del av en figur som var formad alternativt delar av en annan total. En sådan uppgift är ”Till festen är 15 personer bjudna. En femtedel kunde inte komma för att de blev sjuka. Av de som kom var en tredjedel vuxna och resten var barn. Hur många barn kom?” (ibid, s. 118-119). Uppgiften kräver fler än ett tankeled då delar av en helhet måste tas bort fler än en gång. Även samtliga tio uppgifter i *kapitel 10* bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Flera av uppgifterna var utformade enligt ledtrådsmodellen där problemet löses stegvis, medan andra uppgifter var uppgifter där ett eller flera tal var okända som skulle beräknas. Ett tal var ”Vilka tal ska stå istället för instrumenten? Lika instrument betyder samma tal. Du får inte använda talet 1.” (ibid, s. 146-147). Talet hade tillhörande bilder på två trummor och en gitarr multiplicerade med varandra ska bli 28.



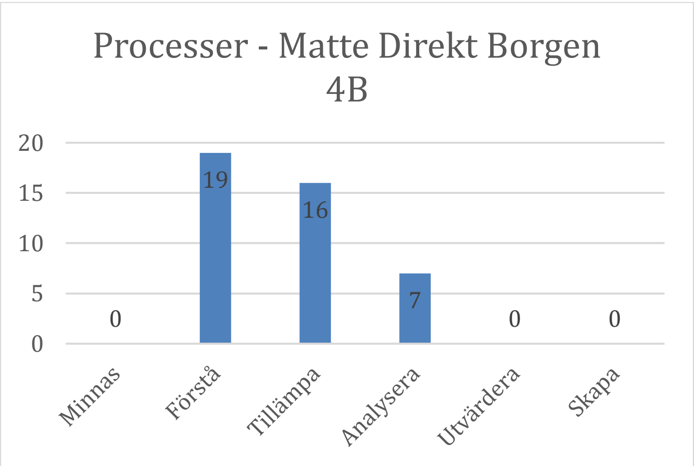
Figur 5.8 *Antal tankeled – Matte Direkt Borgen 4B*

5.2.3 Processer

Av de totalt åtta problemlösningsuppgifterna i *kapitel 6* var det fyra uppgifter som bedömdes kräva en förståelseprocess för att lyckas lösa. En av dessa uppgifter var samma uppgift som uppgiften som endast krävde ett eller inget tankeled för att lösa nämligen den om hur länge Arrax sovit. För att lösa uppgiften krävs en förståelse för hur lång tid ett dygn/ett halvt dygn är samt en förståelse för vad frågan frågar efter ”- Om jag sovit fyra timmar längre…”. Tre av uppgifterna bedömdes kräva den kognitiva processen att tillämpa för att lösa. Den uppgift som kategoriserades kräva den kognitiva processen att analysera är en typisk ledtrådsuppgift enligt ”Fem personer tävlade i säcklöpning. Läs först igenom alla ledtrådarna.” (ibid, s. 32-33). Uppgiften presenterar därefter fem ledtrådar. Ledtråd 1: Ann blev tvåa. Hon hade 1 s sämre tid än vinnaren. Ledtråd 2: Bert vann tävlingen. Han var 7 s. snabbare än siste man. Ledtråd 3: Carl kom sist och hade 16 s. Ledtråd 4: Dan var 3 s snabbare än Eva. Ledtråd 5: Eva kom näst sist. 5 s skilde det mellan henne och tvåan. Uppgiften hänvisar problemlösaren till att skriva en tabell med deltagarnas namn och tider i ordning och dessutom starta med den som hade det bästa resultatet. Problemlösaren måste här analysera samtliga deltagares tider mot varandra för att finna deras exakta tider. Vad gäller de olika kognitiva processerna i *kapitel 7* var det två av uppgifterna som krävde den kognitiva processen att förstå för att lösa. En av dessa uppgifter var: ”Vilket tal ska stå i stället för piratflaggan? 445 + 287 – 356 = 267 + *piratflagga* - 189” (ibid, s. 64-65). För att kunna lösa denna typ av uppgift krävs förståelse för likhetstecknets betydelse samt en förståelse för hur uppgifter kan lösas trots att samtliga tal inte är givna. En av de fem uppgifterna som krävde en tillämpandeprocess var Conrads köp av segel med dukater. För lösningen av denna uppgift krävs att de givna talen tillämpas på ett korrekt sätt med de andra givna talen för att kunna svara på det som frågan frågar efter. En av de tre uppgifter som bedömdes kräva den kognitiva processen att analysera var ”Mary kastar 4 bollar. Varje gång hon träffar får hon två extra bollar att kasta. Hon gör 12 kast. Hur många gånger träffade hon?” (ibid, s. 64-65). Här krävs det inte bara att räkna en simpel addition eller subtraktion utan additioner och subtraktioner måste göras i flera led med många bollar i luften samtidigt. Samtidigt som hon tar bort en boll från totalen måste två nya läggas till om hon träffar etcetera. En analys av vad uppgiften frågar och hur den kan lösas krävs för svaret. De kognitiva processerna som uppgifterna i *kapitel 8* bedömdes kräva var tre av uppgifterna av processen att förstå med de övriga två uppgifterna var av processen att analysera. De tre uppgifterna som bedömdes kräva en förståelseprocess var som nämnt ovan de frågor som undrade över ”hur många i denna figuren” där förståelse för begrepp som spetsig vinkel, månghörning och trianglar behövs för att lösa de tre uppgifterna. De två uppgifterna som bedömdes kräva processen att analysera var båda två uppgifter av ledtrådskaraktär. Uppgifterna krävde att problemlösaren analyserade vad som faktiskt stod i uppgifterna för att lyckas placera in dem i rätt fack. Av de nio uppgifterna i *kapitel 9* var det tre uppgifter som bedömdes kräva den kognitiva processen att förstå för att lösa. Hela fem uppgifter krävde den kognitiva processen att tillämpa medan en uppgift krävde processen att analysera. Uppgifterna som krävde en förståelseprocess för att lösa krävde bland annat förståelse för begrepp som hälften men också förståelse för olika figurers storlek och olika delar av helheter. Fem av uppgifterna bedömdes kräva den kognitiva processen att tillämpa för att lösa. En av dessa uppgifter lyder enligt följande: ”I vilken eller vilka av figurerna A, B, C eller D är 1/6 röd?” (ibid, s. 118-119). Vid lösningen av denna uppgift måste kunskaper om hur stor en sjättedel är tillämpas på samtliga figurer för att kunna hitta ett svar. Om uppgiften istället hade bett problemlösaren att skapa en sjättedel i figurerna hade uppgiften varit av en skapandeprocess. En av uppgifterna kategoriserades till den kognitiva processen att analysera. Uppgiften lyder:

> ”9) Du har en godispåse med 24 godisbitar. Det finns kolor, surisar och 12 salta fiskar. Skriv ett bråk för hur många kolor och ett bråk för hur många surisar det kan finnas då. Försök att hitta tre olika lösningar.” (ibid, s. 118-119).

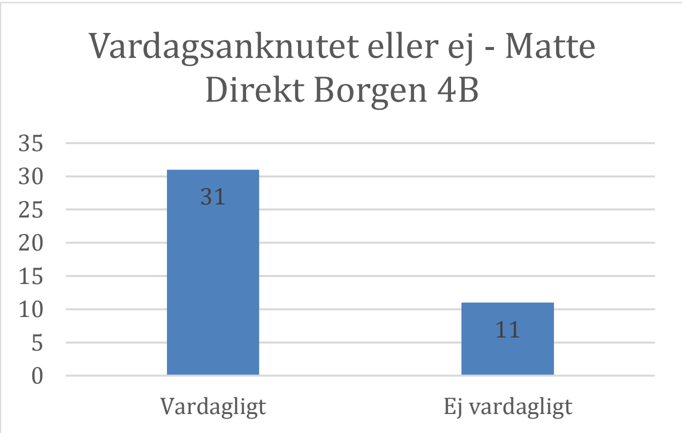
Problemet tillåter problemlösaren att analysera olika delar av en helhet och dessutom hitta tre olika lösningar till problemet och inte bara nöja sig med en lösning varför problemlösaren måste analysera sina tre olika lösningar för att de ska stämma överens med varandra. Sju av uppgifterna i *kapitel 10* bedömdes till den kognitiva processen att förstå. En av dessa uppgifter lyder ”Hanna köpte lika många av två sorter. Hon betalade 96 kr. Vilka nyckelringar och hur många av varje sort var det?” (ibid, s. 146-147). Nyckelringarna kostade antingen 12, 5 eller 4 kr. Här måste förståelse kring frågan skapas och framförallt förstå vad som är relevant i frågan och inte. De tre övriga uppgifterna bedömdes till den kognitiva processen att tillämpa. En av dessa uppgifter var ”På ett bord finns 12 godisbitar. Pernilla tar en tredjedel av dem och Margareta en sjättedel. Hur många godisbitar finns det sedan kvar? Rita din lösning.” (ibid, s. 146-147). Här ges strategin rita din lösning varför problemlösaren måste tillämpa en vald strategi på förhand för lösningen.



Figur 5.9 *Processer – Matte Direkt Borgen 4B*

5.2.4 Vardagsanknutet

Samtliga av de åtta uppgifterna i *kapitel 6* var anknutna till vardagen. Flerparten av uppgifterna berörde vardagsnära ämnen som födelsedagar och kalas, men också hundpromenader, läsa av en tidtabell och säcklöpartävling. Nio av de tio problemlösningsuppgifterna i *kapitel 7* var av vardaglig karaktär där många uppgifter handlar om att köpa någonting. Den uppgiften som inte var av vardaglig karaktär är uppgiften som frågar om vilket tal som ska stå istället för piratflaggan. Två av de fem uppgifterna i *kapitel 8* var anknutna till vardagen, dessa uppgifter handlade om riddare som satte sina sköldar i varsin ruta samt om hovdamer som hade varsin garderob. Uppgiften om riddarna och hovdamerna var similiära i både form och utförande. De tre uppgifterna som inte var anknutna till vardagen var samtliga tre uppgifter där svar skulle ställas på frågor som ”hur många spetsiga vinklar finns i figuren och hur många triangar finns det?”. Tre av uppgifterna i *kapitel 9* var ej anknutet till något vardagligt utan handlade om delar av en figur. De sex övriga uppgifter var anknutna till vardagen på något sätt. Detta till exempel genom att handla saker till en fest, välja dräkt till en fest eller dela upp en godispåse. Fyra av uppgifterna i *kapitel 10* om multiplikation och division var lika uppgifter nämligen att tal var utbytta mot instrument. Till trots att dessa instrument faktiskt finns i verkligheten har dessa fyra uppgifter ändå inte bedömts vara av vardaglig karaktär då instrumenten lika gärna hade kunnat vara symboler. Övriga sex uppgifter i kapitlet har dock bedömts vara av vardaglig karaktär. Här rör det sig om uppgifter som att handla nyckelringar eller dela upp godis.



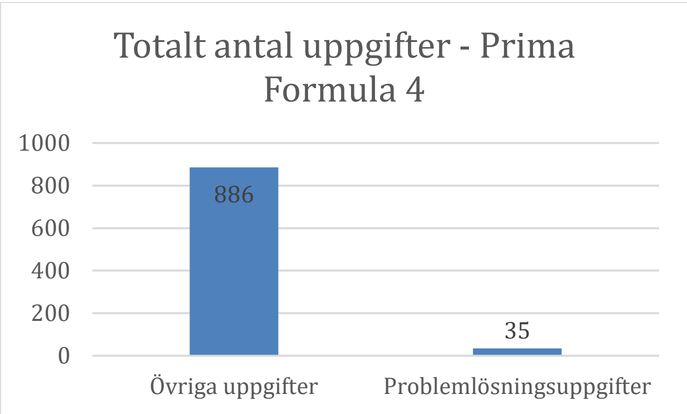
Figur 5.10 *Vardagsanknutet eller ej – Matte Direkt Borgen 4B*

5.3 Prima Formula 4

Den tredje och sista läroboken som analyserats är boken *Prima Formula 4*. Läroboken tillhör ett led bokserier med böcker från årskurs F-9. Läroboken som analyserats i denna studie är den för årskurs 4. Författarna till läroboken är Sjöström, Sjöström och Johansson (2011) och förlaget som står bakom är Gleerups förlag. Den är enligt egen utsago förankrad i kursplanen för matematik (Lgr11) och tillhandahåller även en lärarhandledning och flera DVD-skivor.

Boken innehåller sex kapitel. Samtliga kapitel är uppbyggda efter samma underkategorier; gemensamt spår, lösa problem, tänk efter, diagnos, utmaningar, spår 1, spår 2, och något extra. Vad som är av intresse för denna studie är underkategorin *lösa problem*. Vid introduktionen till kapitelmodellen beskrivs *lösa problem* som ”där du kan känna dig som en deckare när du tillsammans med andra listar ut hur problem kan lösas, och där olika metoder och strategier gör dig till allt bättre problemlösare.”

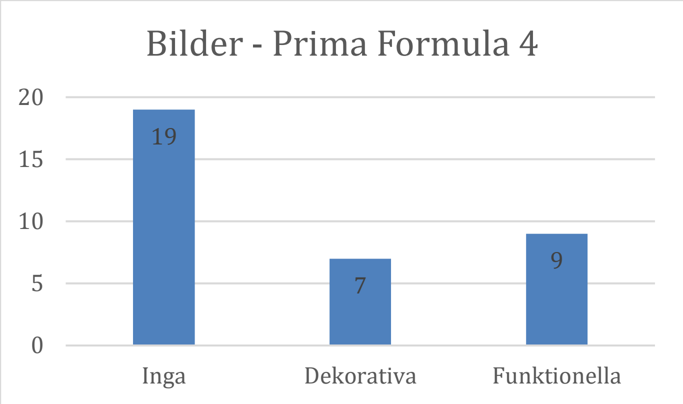
Kapitel 1 berör *tal och mönster*. Det totala antalet uppgifter i det första kapitlet är ungefär 131 stycken, varav 8 är problemlösningsuppgifter, motsvarande ungefär 6% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel 2** handlar om *längd och räknesätt*. Det totala antalet uppgifter i kapitel 2 är ungefär 190 stycken, vara 6 tillhör underrubriken *lösa problem*, motsvarande ungefär 3% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Det tredje kapitlet** handlar om *tal och enheter*, tal återfinns alltså både i det första och i det tredje kapitlet som begrepp. Kapitlet innehåller ungefär 153 uppgifter varav 6 är problemlösningsuppgifter. Detta motsvarar drygt 4% av samtliga uppgifter i kapitlet. **Kapitel fyra** handlar om *multiplikation och division*. Det totala antalet uppgifter i kapitlet är ungefär 207 stycken varav 6 återfinns under problemlösningsavsnittet. Detta motsvarar knappt 3% av det totala antalet uppgifter som finns i kapitlet. **Det femte kapitlet** handlar om form och storlek. Kapitlet innefattar totalt ungefär 129 uppgifter varav 5 återfinns under *lösa problem*. Detta motsvarar knappt 4% av uppgifterna i kapitlet. **Det sjätte** och sista kapitlet berör skala och mönster. Det finns totalt ungefär 111 uppgifter i läroboken som berör detta matematiska område. Av dessa uppgifter återfinns 4 i *lösa problem*, detta motsvarar knappt 4% av uppgifterna i kapitlet.



Figur 5.11 *Totalt antal uppgifter - Prima Formula 4*

5.3.1 Bilder

Vid kategoriseringen av bilder av uppgifterna i *kapitel 1* framkom att 6 av uppgifterna inte tillhandahöll någon bild alls, ingen av uppgifterna erbjöd en dekorativ bild medan två av de åtta uppgifterna tillhandahöll funktionella bilder som bedömdes krävas för lösningen av uppgifterna, varav en av uppgifterna var en uppgift där problemlösaren skall placera ut smileys i olika fack som är värda olika mycket, det finns ett tusentalsfack, ett hundratalsfack, ett tiotalsfack och ett entalsfack. Problemlösaren behöver använda smileys och tillhörande fack för att lösa uppgiften. Tre av de sex uppgifterna i *kapitel 2* tillhandahöll ingen bild alls för att underlätta lösningen av uppgifterna, resterande tre uppgifter hade bilder, men av dekorativ karaktär. Ingen av de sex uppgifterna tillhandahöll en bild som var funktionell för lösningen av uppgiften. De sex problemlösningsuppgifterna i *kapitel 3* tillhandahåller ingen bild som är av funktionell karaktär. Vad som däremot återfinns är två bilder som är av dekorativ karaktär tillhörande två av uppgifterna medan resterande fyra uppgifter inte tillhandahåller någon bild alls. Vad gäller användandet av bilder i *kapitel 4* om multiplikation och division vid användes inga bilder vid fyra av uppgifterna medan två av uppgifterna erhöll bilder av en dekorativ karaktär medan inga av uppgifterna använde sig av bilder av en funktionell karaktär. Då uppgifterna i *kapitel 5* är så pass lika varandra har samtliga uppgifter också ett funktionellt bildstöd för att lösa uppgifterna. Bilderna utgör i dessa fem fall en stor del av uppgifterna. Eleverna får här en given bild som de sedan skall flytta om för att skapa en annan bild men med hjälp av samma material varför bilderna fyller en funktion i detta sammanhang. Två av uppgifterna i *kapitel 6* använder bilder som ett funktionellt hjälpmedel vid lösningen av uppgifterna medan övriga två uppgifter inte använder sig av någon bild alls. De två uppgifterna som använder sig av ett funktionellt bildstöd använder sig av samma bild.



Figur 5.12 *Bilder – Prima Formula 4*

5.3.2 Antal tankeled

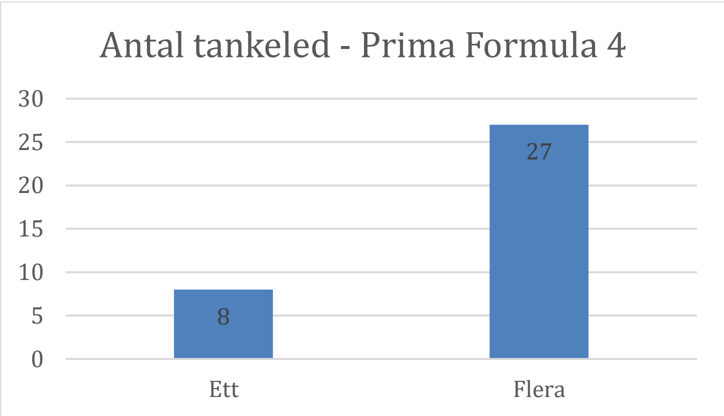
Av de åtta problemlösningsuppgifter i *kapitel 1* bedömdes fem av uppgifterna kräva fler än ett tankeled för att lösa. Uppgifterna som inte krävde fler än ett tankeled var dels en uppgift där eleverna skulle diskutera sina lösningar på de tre föregående problemlösningsuppgifterna och dels två uppgifter där nästa mönster skulle presenteras samt näst tal i en talföljd. En av uppgifterna som krävde ett tankeled var följande: ”54a) Vilket är nästa tal i min talföljd? 0 2 1 3 4 6 5 7 __ (Sjöström, Sjöström och Johansson 2011, s. 19-20).” med tillhörande ledtråd att eleverna ska fokusera på jämna och ojämna tal, förutsatt att eleverna hittar mönstret krävs ett tankeled för att lösa uppgiften. De uppgifter som krävde fler än ett tankeled var till större delen tal där eleverna fick ledtrådar på vägen till lösningen vilka krävde fler än ett tankeled för att lösa. Ett exempel på en sådan uppgift i kapitlet är följande: ”50) Jag tänker på ett fyrsiffrigt tal __ __ __ __. Ledtråd 1: Talet består av två tvåor, en trea och en nolla. Ledtråd 2: Den ena tvåan har värdet 200. Ledtråd 3: Talet är större än 2000 och mindre än 3000. (ibid, s. 19-20).” Vid lösningen av talet krävs fler än ett tankeled då svaret inte ges med en gång, svaret kan först ges efter att de tre ledtrådarna med information givits. Fem av de totala sex problemlösningsuppgifterna i *kapitel 2* krävde flera tankeled för att lösa. Den enda uppgiften som inte krävde fler än ett tankeled var återigen en uppgift där eleverna skulle diskutera sina svar på tidigare uppgifter. Uppgifterna som krävde flera tankeled var av liknande karaktär. Flerparten av uppgifterna hade tillhörande ledtrådar, där de olika ledtrådarna ihop skulle ge en lösning. Antalet ledtrådar vid uppgifterna var antingen tre eller fyra. En exempeluppgift på en uppgift som kräver fler än ett tankeled är:

> ”77) Nedan ser du några saker som finns i den hemliga lådan. Försök lista ut hänglåsets bredd (b) med hjälp av ledtrådarna. Ledtråd 1: Hänglåsets bredd är hälften av pennans längd. Ledtråd 2: Summan av pennans och ficklampans längd är exakt 3 dm. Ledtråd 3: Ficklampan är 2 cm längre än pennan.” (ibid, s. 57-58).

För att kunna lösa denna uppgift krävs fler än ett tankeled då svaret inte ges med en gång utan samtliga tre ledtrådar behövs för att kunna svara. Av de sex uppgifterna som i *kapitel 3* är det tre uppgifter som kräver fler än ett tankeled för att lösa medan tre uppgifter kräver ett tankeled för att lösa. De uppgifter som kräver fler än ett tankeled för att lösa är uppbyggda likt tidigare uppgifter med ledtrådar på vägen mot lösningen, med enda skillnaden att det inte uttryckligen står att det är ledtrådar olikt tidigare uppgifter. De uppgifter som inte kräver fler än ett tankeled för att lösa är uppgifter som kan lösas genom en simpel division, ett exempel på en sådan uppgift är ”På kalaset serveras glassen i två skålar. Den ena skålen rymmer dubbelt så mycket som den andra. Hur mycket rymmer den minsta skålen om de två skålarna tillsammans rymmer a) 3L. (ibid, s. 99-100).” Av de sex problemlösningsuppgifterna i *kapitel 4* var det fem av uppgifterna som bedömdes kräva fler än ett tankeled medan en uppgift krävde ett tankeled. Uppgiften som krävde ett tankeled för att lösa är ”86) på hur många sätt kan Bus klä ut sig om vi hittar a) 3 hattar och 2 västar" (ibid, s. 141-142). Uppgiften är av sådan karaktär att den kan lösas genom en simpel multiplikation (3x2) varför uppgiften endast kräver ett tankeled för att lösa. Samtliga fem problemlösningsuppgifter i det *kapitel 5* bedömdes vara av karaktären att fler än ett tankeled krävdes för att lösa uppgifterna. Fyra av uppgifterna var utformade på samma sätt där det gällde att flytta olika tändstickor för att bild olika former och figurer. En typisk sådan uppgift är "51) I figuren ser du en femhörning och en kvadrat. Bus säger att jag genom att flytta tre stickor kan få två lika stora kvadrater. Hur ska jag göra? Alla stickor ska användas. (ibid, s. 185-186)." Lösningen kräver fler än ett tankeled då problemlösaren måste fundera över vilka stickor som skall flyttas och hur. Av de fyra uppgifter i *kapitel 6* bedömdes samtliga kräva fler än ett tankeled för att lösa. I detta sjätte och sista kapitel återkommer bokens patenterade ledtrådskoncept. En av de fyra uppgifterna lyder:

"27) Hur stor area har den gröna kvadraten i verkligheten? Ta hjälp av ledtrådarna och bilden på mattan. Behöver du alla ledtrådar? Ledtråd 1: Hela mattans bredd är 8 dm kortare än längden. Ledtråd 2: Den minsta kvadratens sida är 2 dm. Ledtråd 3: Mattans längd är 32 dm. Ledtråd 4: Den vita rektangeln rakt ovanför den gröna kvadraten har arean 32 dm^2." (ibid, s. 213).

I denna typ av uppgift måste problemlösaren lägga ihop ledtrådarna för att komma fram till ett svar. Problemlösaren behöver dessutom ta hjälp av bilden varför lösningen återfinns i fler än ett tankeled, inte bara text måste analyseras utan också bild.



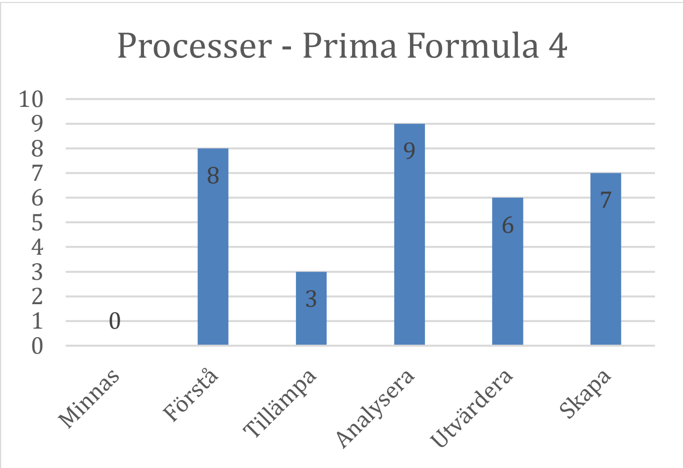
Figur 5.13 *Antal tankeled – Prima Formula 4*

5.3.3 Processer

Vad gäller processerna som bedömdes krävas för att lösa problemlösningsuppgifterna i *kapitel 1* var det fem av uppgifterna som bedömdes kräva en analyserande process medan två av uppgifterna krävde en förståelseprocess för att lösa. Det tränade ögat noterar här att endast sju av åtta uppgifter har placerats in i ett fack. Detta beror på att den åttonde uppgiften var diskussionsuppgiften som var svår att placera på denna skala. En av uppgifterna som kategoriserades till kraven för att vara en utvärderande process var följande: "55a) Jag adderar varje jämnt tal med närmaste udda tal. Skriv de sex första talen i min nya talföljd: 1 5 9 __ __ __. 55b) Tre av dessa tal ingår inte i min nya talföljd. Vilka? 21 23 30 37 38 397 801" (ibid, s. 19-20). Problemlösningsuppgiften kräver även en diskussion mellan kamrater om hur de tänker när de arbetar med problemet och en analys av vilka tal som inte ingår i den nya talföljden krävs, varför problemet är av analyserande karaktär. En av uppgifterna som krävde en förståelseprocess för att lösa, handlar om nästa tal i talföljden. Eleverna måste ha en förståelse för vad en talföljd är, samt förståelse för jämna och udda tal för att lyckas lösa uppgiften. En av de sex uppgifterna i *kapitel 2* bedömdes kräva processen "att skapa", tre av uppgifterna kategoriseras in under processen utvärdera medan en av uppgifterna placeras i den analyserande processen. Uppgiften där eleverna skulle diskutera sina lösningar placerades inte in i detta analysschema. Uppgiften som kategoriserades till processen skapa är:

> ”74) Söder om päronträdet (P) har Bus och jag gömt en hemlig låda. Vi minns att vi har grävt ner lådan exakt 300 cm från päronträdet. När vi ska ta reda på sträckan använder vi oss av: Min längd 145 cm. Bus längd 163 cm. Pinnar med längderna 8 cm och 5 cm. Hur kan vi göra för att mäta upp sträckan 300 cm med hjälp av våra längder och pinnar?” (ibid, s. 57-58).

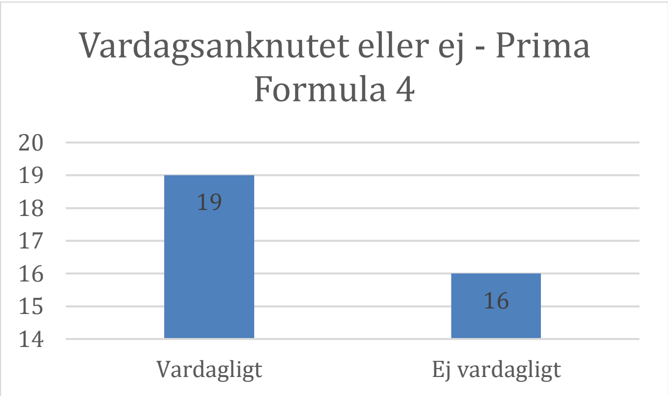
Problemet är av en skapandeprocess då problemlösaren här tillåts sätta ihop olika delar och (skapa) sin lösning till problemet. Problemlösaren kan även skapa ett liknande problem i verkligheten. En av de sex problemlösningsuppgifterna *kapitel 3* bedömdes kräva processen att utvärdera. Uppgiften som bedömdes kräva denna process kräver att eleven förklarar samt reflekterar. En uppgift bedömdes kräva processen att analysera. Uppgiften i fråga är av ”ledtrådskaraktär” där eleverna efter att de svarat ska kontrollera sina svar så att de stämmer. Fyra av uppgifterna är av processen förståelse, främst för begrepp som ”dubbelt”. Uppgiften som krävde processen att utvärdera är ”77) Bus säger att om hans lillasyster My väger 10 kg när hon fyller 1 år, så kommer hon att väga 50 kg när hon fyller 5 år. A) Förklara hur han tänker. B) Hur mycket skulle hon i så fall väga när hon fyller 20 år? (ibid, s. 99-100).” Problemlösaren måste här leva sig in i problemet och förklara hur någon annan tänker varför problemet är av en utvärderande process. Två av uppgifterna i *kapitel 4* bedömdes kräva processen att analysera, två av uppgifterna kategoriserades till att vara av en tillämpningsprocess medan de sista två uppgifterna krävde en förståelseprocess för att lösa. Samtliga fem problemlösningsuppgifter i *kapitel 5* är av en skapandeprocess. Detta då eleverna i fyra av fallen skall använda sig av stickor och skapa sina egna figurer och former. I det femte fallet behöver eleverna en sax och ett rutat papper för att skapa rätvinkliga trianglar som de sedan skall lägga i en skapad kvadrat av dem själva. Genom att eleverna tillåts vara aktiva i dessa problemlösningsuppgifter tillåts de också en skapandeprocess. I *kapitel 6* bedömdes en av uppgifterna kräva en tillämpningsprocess, två av uppgifterna kräver en utvärderingsprocess varav den fjärde och sista uppgiften kräver en skapandeprocess. En av de två uppgifterna som kräver en utvärderingsprocess frågar efter vem som har rätt i en uppgift där problemlösaren ges två svar. Problemlösaren måste här utvärdera vem av personerna som besitter den korrekta lösningen genom en lösning av frågan: ”26) Hur många olika sorters enfärgade rektanglar hittar du i figuren?” (ibid, s. 213). Problemlösaren måste alltså lösa problemet själv först för att sedan utvärdera vems lösnings som är den korrekta.



Figur 5.14 *Processer – Prima Formula 4*

5.3.4 Vardagsanknutet

Sju av uppgifterna i *kapitel 1* kan inte återknytas till vardagen vilket gör det till problem av endast matematisk karaktär, medan ett av talen kan återknytas till vardagliga aspekter, i detta fall lista ut koden till ett hänglås. Uppgifterna som inte kan anknytas till vardagen är uppgifter där nästa tal i en talföljd är vilket inte är förankrat i verkligheten. Samtliga uppgifter i *kapitel 2* återknöt däremot till vardagen varför samtliga uppgifter kan benämnas vara av vardaglig karaktär, med undantag för uppgiften där eleverna skulle diskutera sina lösningar på föregående problem. Fem av de sex problemlösningsuppgifterna i *kapitel 3* är kopplade till ett födelsedagskalas. Problemlösningsuppgifterna berör bland annat hur mycket saft det är i den ena tillbringaren om det är såhär mycket saft i den andra tillbringaren. Detta gör att problemformuleringarna ligger nära elevernas vardag varför samtliga av dessa fem uppgifter är av vardaglig karaktär. Även det sjätte problemet är av vardaglig karaktär då det handlar om en person som väger sig. Samtliga sex uppgifter i *kapitel 4* kan anknytas till vardagliga problem. Anledningen till att de är verklighetsanknutna är för att uppgifterna berör vardagliga problem som hur många lådor som hinner transporteras vid flyttning, på hur många olika sätt glass kan väljas och på hur många olika sätt som klädesplagg kan kombineras. De fem problemlösningsuppgifterna som finns i *kapitel 5* kategoriserades däremot inte vara av vardaglig karaktär. Ingen av de fyra uppgifterna i *kapitel 6* är anknutna till ett vardagligt problem, till trots att de nämner ordet ”matta”. Att det är en matta fyller i detta fall ingen funktion till hur uppgiften kan lösas utan den hade lika gärna kunnat benämnas som ett rutnät. Svaren på frågorna har inte heller någon direkt koppling till mattan, det som efterfrågas är hur stor area kvadraten har, inte hur stor area mattan har. Detta till skillnad från uppgifterna från det fjärde kapitlet, där det vardagliga i uppgifterna faktiskt också fyller en funktion i svaren.



Figur 5.15 *Vardagsanknutet eller ej – Prima Formula 4*

5.4 Lärarhandledningarna

Nedan presenteras en beskrivning av de två tillhörande lärarhandledningarna och hur de skriver att arbetet med problemlösningsuppgifterna skall genomföras. Vad som är fokuserats är om det betonas något specifikt vid arbetet med problemlösning, hur elever lär sig problemlösning genom läroboken och framförallt hur läraren bör undervisa om problemlösning.

5.4.1 Lärarhandledning Matte Direkt Borgen 4B

Samma författare till läroboken har också skrivit lärarhandledningen. Lärarhandledning tillhandahåller en tillhörande CD-skiva samt uppges finnas som digital version. Författarna skriver att de ger kommentarer kapitelvis. Detta inkluderar kommentarer till *Utmaningen* i varje del vilka kommer beskrivas här.

Enligt Falck och Picetti (2012) avslutas varje kapitel med *Utmaningen* som innehåller olika problemlösningsuppgifter med anknytning till kapitlets innehåll. De skriver att dessa uppgifter lämpar sig väl för pararbete då eleverna tillsammans kan resonera sig fram till en lösning. Utmaningsdelen i kapitlet innehåller uppgifter som behöver lösas i flera led samtidigt som det också finns uppgifter som kräver fler än en lösning på problemet. Falck och Picetti (2012) skriver också att dessa uppgifter i *Utmaningen* kan användas som extrauppgifter till snabba elever eller som avbrott i det vardagliga arbetet. De skriver vidare att ett arbetssätt kan vara att låta samtliga elever i klassen arbeta med samma uppgift och sen ta upp lösningen i klassen som diskussion. De skriver också att en del problemlösningsuppgifter kan fungera som läxa medan eleverna arbetar med delen ”Tornet”. I delen Tornet förekommer det fler problemlösningsuppgifter än i Borggården och flertalet av dessa uppgifter passar att lösa i par eller i grupp. Samtliga uppgifter som förekommer i ”Tornet” har däremot räknats som övriga uppgifter i resultatet då det inte uttryckligen står att de är problemlösningsuppgifter liksom i *Utmaningen*. Lärarhandledningen tillhandahåller även flertalet arbetsblad med extra uppgifter och tillåter eleverna att göra en utvärdering av varje kapitel och dessutom vad de tyckte var roligast i kapitlet samt varför.

Under utmaningsdelen i **kapitel 6** i Falck och Picetti (2012) beskriver de fem av de totala åtta problemlösningsuppgifterna. De beskriver svårigheter med en del av uppgifterna och ger också tips för hur eleverna kan börja arbeta på en lösning på uppgiften om de har svårigheter att komma igång. Vad gäller beskrivningen av utmaningsdelen i **kapitel 7** berör den tre av de totala tio problemlösningsuppgifterna kortfattat. Här ges endast facit och lösningsförslag till de tre uppgifterna. Övriga sju uppgifter kommenteras inte i detta kapitel. Till problemuppgift 2 och 4 i **kapitel 8** ges det didaktiska tipset i lärarhandledningen att läraren ska tipsa eleverna om att pröva sig fram för att hitta lösningsstrategin. Till uppgift 1 ges endast ett lösningsförslag och till uppgift 3 ges tipset att problemet är bra att lösa i par eller grupp. Ett tips till den sista uppgiften i kapitlet – uppgift 10 – ges också där tipset är att eleverna ska räkna med en storlek av trianglar i taget. Uppgiften i fråga undrar över hur många trianglar som finns i en viss figur. Samtliga fem problemlösningsuppgifter i **kapitel 8** kommenteras alltså i lärarhandledningen. I **kapitel 9** finns det nio problemlösningsuppgifter. Lärarhandledning låter berätta att man kan tipsa eleverna i uppgift 3 om att börja med att dela figuren i lika stora för att kunna avgöra hur stor del av figuren som är färgad. Vid uppgift 4 ges lösningsförslaget att eleverna kan få lösa uppgiften konkret och att läraren skall ge eleverna föremål för att lösa uppgiften. Vad gäller uppgifterna 6-9 häcdar de att dessa uppgifter blir lättare med hjälp av konkreta föremål. Dessa uppgifter handlar om att ta delar ifrån helheten. **Kapitel 10** är det sista kapitlet som handledningen berör. Detta kapitel innehåller tio problemlösningsuppgifter varav sju tas upp i lärarhandledningen. Till uppgift 3 ges tipset att det finns flera lösningar på frågan. Eleverna ska därför tillåtas arbeta i grupp och tillsammans hitta så många lösningar som möjligt. Uppgifterna 4-6 beskrivs som enkla divisioner där del av antal ska beräknas. Här visar Falck och Picetti (2012) att en bra strategi är att rita lösningen. Avslutningsvis hävdar de att uppgifterna 8-10 lämpar sig för att lösa i par/grupp, men däremot inte med någon motivering till varför. Vid introduktionen till var och ett av dessa kapitel nämndes varken Utmaningen eller problemlösning någon gång.

5.4.2 Lärarhandledning Prima Formula 4

Lärarhandledning till läroboken *Prima Formula 4* är utformad av Sjöström och Sjöström (2011) som också författat läroboken. Även lärarhandledningen nämner underkategorin *lösa problem*, precis som läroboken. Sjöström och Sjöström (2011) poängterar att lärobokens tes om att eleverna skall känna sig som deckare när de löser problem. De skriver att problemlösningsuppgifterna är skrivna ur ett berättarperspektiv, där eleverna får följa jämnåriga karaktärer för att lättare kunna leva sig in i problemen.

Sjöström och Sjöström (2011) betonar att eleverna i underkategorin *lösa problem* får möjlighet att upptäcka och utveckla strategier för problemlösning. De skriver att eleverna, allra helst själva alternativt tillsammans med annan elev, ska upptäcka att deras problemlösningsförmåga utvecklas genom att använda olika strategier. Dessa strategier som eleverna i bästa fall skall upptäcka, ska de också allra helst upptäcka på egen hand, varför lärare inte bör undervisa om problemlösningsstrategier. Detta är också anledningen till varför de väljer att inte berätta vilka problemlösningsstrategier som är aktuella för respektive uppgift i elevboken (läroboken) utan de väljer att lyfta problemlösningsstrategierna i lärarhandledningen istället.

Sjöström och Sjöström (2011) skriver om de problemlösningsstrategier som de arbetar med i *Prima Formula 4*. De sex problemlösningsstrategier som de hävdar kan vara till god hjälp vid lösning av många problem är: 1. Upptäcka mönster 2. Göra tabell 3. Rita bild 4. Gissa och kontrollera. 5. Leta systematiskt 6. Granska villkoren.

Enligt Sjöström och Sjöström (2011) visar flera forskare att problemlösning måste tillåtas ta tid, som görs bäst genom fyra problemlösningsfaser. Den första fasen handlar om att skapa sig en förståelse för problemet, den andra fasen handlar om att planera en lösning till problemet, den tredje fasen tillåter problemlösaren att genomföra planen medan den fjärde och sista fasen handlar om att värdera ifall lösningen och svaren är rimliga utifrån problemställningen. De skriver att en duktig problemlösare fördelar sin tid att lösa problemet mellan dessa faser, att även gå tillbaka till den första fasen samt börja om ifall problemlösaren i den sista fasen anser att svaret är orimligt är andra faktorer som utmärker en god problemlösare. Att eleverna upplever problemlösningsfasen som en fas som tillåts ta längre tid är av stor vikt. Lika viktigt är det eleverna har rätten att tänka och fundera själv över lösningen på ett problem innan problemlösaren diskuterar lösningar med andra. Att eleverna tänker att det lönar sig att lösa problem med hjälp av olika strategier är också av stor vikt, problemlösaren behöver flera strategier för olika sorts problemlösning, och alla elever löser inte problem på samma sätt.

Lärobokens grundtanke med att eleverna ska få gå in i rollen som deckare under problemlösningsfasen med ett sökande efter diverse strategier och följa ledtrådar/spår är att detta skall öka elevernas tilltro och lust till att lösa problem. En ökad tilltro och lust till att arbeta med problem leder också till en utvecklad förmåga att lösa problem. Efter ovanstående introduktion kring deras tankar om problemlösning återkommer problemlösning först vid de olika kapitlen under underrubriken *lösa problem*. Enligt Sjöström och Sjöström (2011) kan eleverna upptäcka följande problemlösningsstrategier: Göra tabell, upptäcka mönster och leta systematiskt under detta första kapitel som handlar om tal och mönster.

Vidare lägger de en stor del av ansvaret kring problemlösning på läraren där läraren själv får fundera över hur undervisningen skall läggas upp för att eleverna. Återigen trycker författarna på vikten av att låta eleverna lösa problem gemensamt samt diskutera diverse lösningsförslag samtidigt som de också hävdar att det är viktigt att ge alla egen betänketid först. Detta för att problemlösningsfasen skall tillåtas ta tid. Vid vidare beskrivning av hur eleverna kan tillåtas arbeta med problemlösningsuppgifterna återfinns olika lösningsförslag. Dessa lösningsförslag beskriver hur eleverna kan tänka när de löser en uppgift. Det andra kapitlet handlar om längd och räknesätt. Strategierna som eleverna kan upptäcka här är enligt Sjöström och Sjöström (2011) Rita bild, Gissa och kontrollera, Leta systematiskt. Även här redovisas lösningsförslag till uppgifterna. Det tredje kapitlet berör tal och enheter. Här tillåts eleverna upptäcka strategierna Gissa och kontrollera, Göra tabell och Rita bild. Även här presenteras lösningsförslag till samtliga uppgifter. Kapitel fyra berör multiplikation och division, problemlösningsstrategierna som eleverna kan lära sig under detta kapitel är upptäcka mönster, göra tabell, rita bild, gissa och kontrollera, leta systematiskt. Här skriver författarna att eleverna eventuellt inte längre behöver använda sig av problemlösningsstrategier på två av uppgifterna (86 och 90). Utan att dessa uppgifter kan användas av ren tillämpning av multiplikation. I övriga uppgifter skriver de att det finns deluppgifter av problem-karaktär.

6. Diskussion

Resultatet visar en viss skillnad i hur problemlösningsuppgifter är utformade efter analysschemat i de olika läroböckerna. Resultatet visar skillnader mellan de analyserade läroböckerna vad gäller användandet av bilder i läroböckerna. Medan merparten av uppgifterna i *Matte Direkt Borgen* har tillhörande uppgifter av funktionell karaktär tillhandahöll merparten av problemlösningsuppgifterna i *Prima Formula 4* ingen bild alls. Resultaten visar även att merparten av problemlösningsuppgifterna bedömdes kräva fler än ett tankeled för att lösa. Resultatet visar också att få uppgifter bedömdes kräva processen ”att minnas”, ”att utvärdera” och ”att skapa” medan desto fler bedömdes kräva processen ”att förstå”, ”att tillämpa” och ”att analysera”. Drygt hälften av alla problemlösningsuppgifter i *Matte Direkt Borgen 4A* och *Prima Formula 4* bedömdes vara av vardaglig karaktär medan uppgifterna i *Matte Direkt Borgen 4B* bedömdes innehålla desto fler uppgifter som var anknutna till något vardagligt. Nedan kommer vissa aspekter av resultatet att diskuteras.

Enligt Grevholm (2014) skiljer sig uppgifterna i läroböckerna lite åt. För få riktigt lätta uppgifter finns samt för få riktigt krävande uppgifter. Pedagogiska implikationer blir att lärare kan få det svårt att differentiera undervisningen för eleverna då variationen av svårighetsgrad är för liten i läroböckerna. Detta kan leda till att läroböckerna inte är tillräckliga för att tillgodose alla elever, både de som vill ha utmaningar men också de som vill arbeta med lättare problemlösningsuppgifter. Detta är något som bekräftas i resultatet vad gäller de olika kognitiva processerna. Som tidigare nämnt är processerna hierarkiskt uppbyggda där den första processen är ”att minnas”. En av de 117 analyserade problemlösningsuppgifterna krävde en minnesprocess. Den sista processen är processen ”att skapa”, sju stycken uppgifter bedömdes kräva den processen, fem av dessa uppgifter återfinns under samma kapitel i *Prima Formula* som handlar om form och storlek. Det innebär att totalt åtta av de 117 problemlösningsuppgifterna bedömdes kräva någon av ytterkanterna på processerna medan 109 av de 117 uppgifterna bedömdes kräva någon av de övriga 4 processerna för att lösa. Efter denna studie kan jag därför instämma med Grevholm (2014) att uppgifterna i läroböckerna skiljer sig lite åt, åtminstone om kognitiva processer jämförs.

Resultatet visar även att problemlösningsuppgifterna i *Matte Direkt Borgen* använder bilder mer än *Prima Formula 4*. Den sistnämnde boken bedömdes innehålla nio uppgifter med funktionellt bildstöd varav fem av dessa återfinns i samma kapitel. De fem problemlösningsuppgifterna finns i kapitlet om form och storlek och är därmed samma uppgifter som bedömdes kräva processen ”att skapa” för att lösa. Det är därför omedvetet av betydelse för analysen av problemlösningsuppgifterna vilket kapitel de tillhör. En direkt pedagogisk implikation av detta är att vi inte bör stirra oss blinda på resultatet då kategoriseringen av uppgifterna styrs av kapiteltillhörigheten. Vidare hade det därför varit intressant att analysera problemlösningsuppgifter som inte tillhör ett annat kapitel vilket diskuteras vidare i stycket nedan. Resultatet visar också att läroboksserien *Matte Direkt Borgen* har flera tillhörande bilder av funktionell karaktär vilket enligt Arcavi (2003) väcker problemlösarens kreativitet.

Problemlösning har dessutom dubbla funktioner i matematiken, det ska fungera både som ett mål och ett medel (Taflin, 2007) och återfinns som både syfte och förmåga (Skolverket, 2018). De läroböcker som analyserats i denna studie har betonat problemlösning som medel och inte som ett mål. Problemlösning hade inte ett eget kapitel i någon av läroböckerna utan fungerade som medel för att lära andra matematiska områden. En direkt skillnad i hur de båda läroböckerna arbetade med problemlösning var att läroboken *Prima Formula 4* använde problemlösning som en introduktion till kapitlet då problemlösningsuppgifterna fanns i starten av kapitlet. Detta skiljer sig markant mot hur *Matte Direkt Borgen 4A* och *4B* arbetade med problemlösning då det kom allra sist i varje kapitel, efter sammanfattningen. Samtliga av de problemlösningsuppgifter som myntades i läroböckerna återfanns under ett kapitel med ett annat matematiskt innehåll, en personlig åsikt är att jag gärna sett ett kapitel där problemlösningsuppgifter var det huvudsakliga matematiska innehållet.

Lärarhandledningarna till de båda läroböckerna har både likheter och skillnader med hur arbetet med problemlösning kan genomföras. Falck och Picetti (2012) hävdar att problemlösningsuppgifter lämpar sig väl för pararbete då eleverna tillsammans kan resonera sig fram till en lösning. Sjöström och Sjöström (2011) skriver också att problemlösningsuppgifter lämpar sig väl för pararbete, men de hävdar också att eleverna måste få möjlighet att reflektera över problemen i isolation först. Att reflektera över ett problem på egen hand först är enligt Shimizu (2014) en del av den japanska metoden. I den japanska metoden presenteras först problemet, därefter arbetar eleverna med problemet på egen hand. Om eleverna har svårt för problemet kan då läraren uppmuntra eleverna att arbete i par eller små grupper. Därefter följer en helklassdiskussion om olika lösningsförslag på problemet. Japanska matematiklärare tycker att matematiklärande genom problemlösning är givande varför de ofta organiserar en hel lektion kring ett fåtal problem.

Sjöström och Sjöström (2011) fokuserar på strategier och metoder i sin lärarhandledning samt att eleverna ska känna sig som deckare när de löser problem. Att känna sig som deckare hävdar de ökar elevernas lust och tilltro för problemlösning. Deras handledning till läroboken *Prima Formula 4* har ett stort fokus på att upptäcka och utveckla olika strategier för problemlösning. Dessa strategier för problemlösning ska eleverna allra helst på egen hand upptäcka skriver dem. Lärare borde därför inte undervisa om problemlösningsstrategier. De problemlösningsstrategier som Sjöström och Sjöström (2011) visar att eleverna kan upptäcka i läroboken är: *upptäcka mönster*, *göra tabell*, *rita bild*, *gissa och kontrollera*, *leta systematiskt*, *granska villkoren*. Dessa strategier kan jämföras med de som forskning av Bruun (2013) hävdar rekommenderas av NCTM: *rita bild*, *välja ett tillvägagångssätt*, *göra en graf/tabell*, *leva sig in i problemet*, *arbeta baklänges*, *gissa*, *arbeta med ett enklare problem*, *organisera upp en lista*, *hitta mönster i problemet*. Flertalet av strategierna som Sjöström och Sjöström (2011) visar att eleverna kan upptäcka är liknande de strategier forskning visar (Bruun, 2013). Vad som däremot skiljer sig åt är hur arbetet med strategierna ska struktureras. Medan Sjöström och Sjöström (2011) vill att eleverna ska upptäcka strategierna själva hävdar Bruun (2013) att lärare borde undervisa om strategierna rekommenderade av NCTM för att förbättra elevers problemlösningsförmåga. Jag vill återigen påpeka att det är läraren som är den mest betydelsefulla faktorn för elevers lärande (Grevholm, 2014). Även om det är läroboken som styr är det läraren som måste välja problem för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga bland andra (Karatas och Baki, 2013). Att lärarhandledningarna inte ger konkreta tips till hur lärare kan undervisa om problemlösning är därav föremål för diskussion.

I det centrala innehållet i kursplanen för matematik (Skolverket, 2018) återfinns problemlösning där undervisningen ska beröra ”strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer”. Lärarhandledningen för *Prima Formula 4* av Sjöström och Sjöström (2011) fokuserar enligt dem själva på igenkänningsfaktorn i läroboken. Intressant nog visade resultatet att endast dryga hälften av uppgifterna i läroboken kunde anknytas till något vardagligt, deckartemat till trots. Att vardagliga situationer finns med i det centrala innehållet är intressant ur flera aspekter. Inte minst ur aspekten tidigare forskning inom ämnet. Taflin (2007) presenterar tidigare forskning inom ämnet i sin avhandling. Denna forskning visar att om problemet berör en vardagsföreteelse kan detta innebära att problemlösaren får svårigheter att uppfatta att det är ett matematiskt problem det handlar om. Problemlösaren kan därför få svårigheter i vilken matematik som ska användas för att lösa problemet varför den verklighet som beskrivs i problemet kan bli ett hinder för att lära sig matematik. Att problem är anknutna till vardagen kan därav stjälpa snarare än hjälpa matematikinlärningen då vardagstänkandet lätt blir överordnat det matematiska tänkandet.

En pedagogisk implikation av resultatet är att flera olika läromedel finns vilket gör att förutsättningar uppkommer för lärare att anpassa sitt använda läromedel efter sin klass. Att läroböckerna inte betonar samma saker kan också upplevas vara både en styrka och en svaghet. En svaghet då det kan skilja sig markant i problemlösningsuppgifterna mellan olika skolor vilket gör att alla inte får samma förutsättningar för lärande medan det är en styrka i att läromedlen är olika så att de kan väljas för vad som passar för klassen för att alla elever ska bli utmanade efter sin kognitiva nivå.

6.1 Vidare forskning

Den främsta svårigheten med denna studien har varit att analysera uppgifter utan att involvera varken lärare eller elever och deras lösningar på uppgifterna. Analysen av uppgifterna har baserats endast på hur de explicit är skrivna samt mina tolkningar av dessa uppgifter och deras lösningar. Vidare forskning inom arbetet kan förslagsvis vara intervjuer med lärare hur de arbetar med problemlösning i klassrummet, deras användning av lärarhandledningarna samt vilka alternativa hjälpmedel de har i klassrummet utöver läroboken. Att intervjua lärare och elever vid vidare forskning bör också vara av intresse för att göra mina slutsatser av studien mer legitima. Att göra samma analys på samma läroböcker med samma analysschema om ett par månader igen bör också stärka reliabiliteten på studien för att se om resultatet blir detsamma. Vidare hade det också varit intressant att undersöka hur problemlösningsuppgifter skiljer sig från rutinuppgifter i läroböckerna.

Referenslista

Arcavi, A. (2003). *The role of visual representations in the learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics* (52), 215–241

Bergqvist, T. (2014). Problemlösning i Nämnaren under 2000-talet. I K. Wallby., U. Dahlberg., O. Helenius., J. Häggström., & A. Wallby (Red.), *Matematikundervisning i praktiken* (s. 270-275). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

Bruun, F. (2013). *Elementary Teachers' Perspectives of Mathematics Problem Solving Strategies*. Mathematics Educator, vol. 23, nr. 1, s. 45-59. doi: EJ1020068

Brorsson, Å. (2014). Problemlösning i Nämnaren under 2000-talet. I K. Wallby., U. Dahlberg., O. Helenius., J. Häggström., & A. Wallby (Red.), *Matematikundervisning i praktiken* (s. 171-175). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (Upplaga 3). Stockholm: Liber.

Brändström, A. (2005). *Differentiated tasks in mathematics textbooks. An analysis of the levels of difficulty* (Licentiatavhandling). Luleå tekniska universitet.

Falck, P. & Picetti, M. (2012). *Matte Direkt Borgen 4B. Lärarhandledning.* (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Falck, P. & Picetti, M. (2012). *Matte Direkt Borgen 4B.* (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Falck, P., Picetti, M. & Sundin, K. (2012[2011]). *Matte Direkt Borgen. 4 A.* (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Garofalo, J. & Lester, F. K. (1985). *Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance*. Journal for Research in Mathematics Education, 16(3), 163-176.

Grevholm, B. (2014). Problemlösning i Nämnaren under 2000-talet. I K. Wallby., U. Dahlberg., O. Helenius., J. Häggström., & A. Wallby (Red.), *Matematikundervisning i praktiken* (s. 147-160). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

Karatas, I., & Baki, A. (2013). The effect of learning environments based on problem solving on students' achievements of problem solving. *International Electronic Journal of Elementary Education, vol.* 5(3), s. 249-267.

Lester, F. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast, Vol.10(1/2)*, s. 245-278

Marchis, I. (2011). *How mathematics teachers develop their pupils' self*-regulated learning *skills*. Acta Dicactica Napocensia, vol. 4, nr. 2-3, s. 9-14. doi: EJ1055885

National Council of Teachers of Mathematics. (2019). *About NCTM*. Hämtad 2019-01-14, från https://www.nctm.org/About/

Nationellt centrum för matematikutbildning. (2014). *Matematikundervisning i praktiken*. (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

Pólya, G. (1945). *How to Solve it*. Second Edition. Princeton: Princeton University Press.

Rott, B. (2013). *Process Regulation in the Problem-Solving Processes of Fifth Graders*. Center for Educational Policy Studies Journal, vol. 3 nr. 4 s. 25-39. doi: EJ1129557

Shimizu, Y. (2014). Problemlösning i Nämnaren under 2000-talet. I K. Wallby., U. Dahlberg., O. Helenius., J. Häggström., & A. Wallby (Red.), *Matematikundervisning i praktiken* (s. 288-295). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

Skolverket. (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik 2011: reviderad 2017.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2018). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2018.* Stockholm: Skolverket.

Sjöström, B. & Sjöström, J. (2011). *Prima Formula matematik. 4, Lärarhandledning*. (1. uppl.) Malmö: Gleerup.

Sjöström, B., Sjöström, J. & Johansson, A. (2010). *Prima Formula matematik. 4*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande* (Doctoral dissertation, ISBN 978-91-7264397-0, ISSN: 1102-8300). Umeå: Print & Media Tillgänglig: http://umu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A140830&dswid=- 9358

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning.* Stockholm: Vetenskapsrådet.